

# Nelokálnost, entanglement a teleportace v kvantové mechanice

## (Rozumíme dobře kvantovým jevům?)

*Josef Jelen, katedra fyziky, FEL ČVUT*

Fyzikou posledního století je především kvantová fyzika, nikoliv teorie relativity, která se dobře popularizuje, je názorná a oblíbená (vzpomeňme kupříkladu paradox času, černé díry, rozpínání vesmíru ...).

Kvantová fyzika popisuje svět atomů, částic a kvantových struktur látek, odkud přes sdělovací a informační technologie vstoupily kvantové jevy do života každého z nás. Přinesly mikroelektroniku a očekáváme od nich nanotechnologie budoucnosti.

Relativita je názorná, přehledná. Kvantová fyzika od nás vyžaduje více úsilí a je nenázorná. Její pojmy jsou vzdálené představám načerpaným ze zkušeností každodenního života. Udivuje nás.

Uvedme citáty velikánů, kteří všichni dostali Nobelovu cenu (právě za kvantovou fyziku):

Einstein (1951, v dopise) „Celých těch padesát let hledání mě nepřivedlo blíže k odpovědi na otázku, co to jsou světelná kvanta.“

Feynman (1967, O povaze fyzikálních zákonů) „Byly doby, kdy noviny tvrdily, že teorii relativity rozumí jen dvanáct lidí. Nemyslím, že to byla někdy pravda... Naproti tomu se dá, myslím, klidně říci, že nikdo nerozumí kvantové mechanice.“

Weinberg (1993, Snění o finální teorii) „Asi tak před rokem, když jsem čekal na výtah s Philipem Candelsasem (z fyzikálního oddělení Texaské univerzity) stočila se řeč na mladého teoretika, který byl slibným postgraduálním studentem, než zmizel z očí. Ptal jsem se Phila, co překáželo tomuto bývalému studentovi ve výzkumu. Phil smutně potřásl hlavou a řekl: Snažil se pochopit kvantovou mechaniku.“

„Přiznám se k určité sklíčenosti z toho, že jsem celý život pracoval v teoretickém rámci, kterému docela nikdo nerozumí.“

Přesto je kvantová teorie nejúspěšnější teorií schopnou přesnosti až  $10^{-12}$  (například při výpočtu magnetického dipólového momentu elektronu). Matematická struktura kvantové mechaniky a způsob jejího používání jsou přesné a dobře vymezené.

Pro nefyziky připomeňme její nejzákladnější rysy (pro zasvěcené s omluvou, že vše je to přece jen složitější).

Stav kvantového systému je vyjádřen komplexní stavovou funkcí  $\Psi$  (normovaným vektorem  $|\Psi\rangle$  v příslušném Hilbertově prostoru).

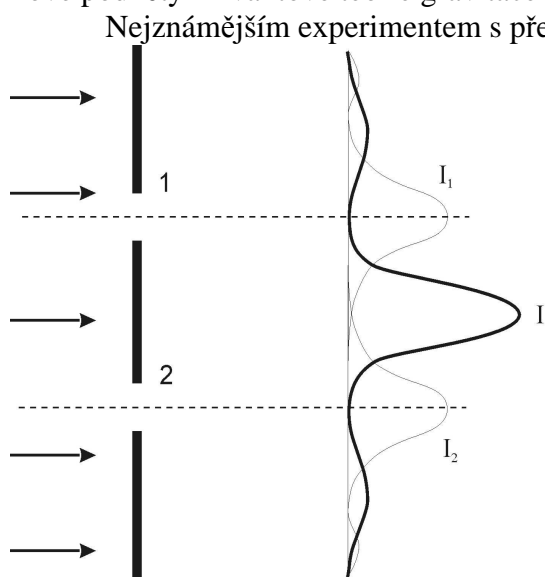
Fyzikální veličině (např.  $E, x, p_y, L_z, \dots$ ) přísluší vždy jistý operátor  $\hat{A}$ . Jeho vlastní hodnoty  $a_k, k = 1, 2, \dots$ , pro které platí  $\hat{A}\Psi_k = a_k\Psi_k$ , představují naměřitelné hodnoty této veličiny. Je-li systém ve stavu  $\Psi = \sum_k c_k \Psi_k$ , pak  $w_k = c_k \bar{c}_k$  představuje pravděpodobnost, že bude naměřená hodnota právě  $a_k$ .

Časový vývoj stavu systému je popsán časovou Schrödingerovou rovnicí  $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$ , kde operátor  $\hat{H}$  je takzvaný hamiltonián systému. Řešení dává časový evoluční vývoj stavu systému  $|\Psi(0)\rangle \rightarrow |\Psi(t)\rangle$ .

V procesech měření však dochází ke skoku od  $|\Psi\rangle$  ke  $|\Psi_k\rangle$ , podle hodnoty naměřeného výsledku  $a_k$ . Tento kolaps (redukci, projekci) nelze popsat jako fyzikální proces podle časové Schrödingerovy rovnice (ačkoliv se vlastně jedná o interakci měřeného systému (např. elektronu) a fyzikálním přístrojem (složeným z atomů)).

Od třicátých let 20. století převládla v učebnicích standardní (tzv. Kodaňská) interpretace. Podle ní fyzika pojednává o výsledcích měření, jejich pravděpodobnostech a korelacích, nikoli o fyzikální realitě v tradičním, klasickém smyslu. Ve světě nejsme jen diváky, ale i (neúmyslnými) herci. Ze jmen uveďme: Bohr, Heisenberg, Dirac, Pauli, Feynman, Peres, ....

Trvale se však objevují snahy o modifikované nebo docela odlišné přístupy, spjaté se jmény de Boglie, Bohm, Griffith, Ghirardi atd., snažícími se uvést do teorie nelineární členy, statistické vlivy, pracovat současně v reálném i v konfiguračním prostoru, nebo vyjadřovat teorii v termínech „historií“, analyzovat procesy dekoherence atp. Nové diskuse, které výrazně ožily v posledních dvaceti letech, jdou ještě dále. Rozlišují měření uskutečněná a měření jen možná, hledají roli vědomí atp. (Mermin, Morhoff, Stapp, ...), nebo očekávají nové podněty z kvantové teorie gravitace (Penrose) ap.



$$I \neq I_1 + I_2$$

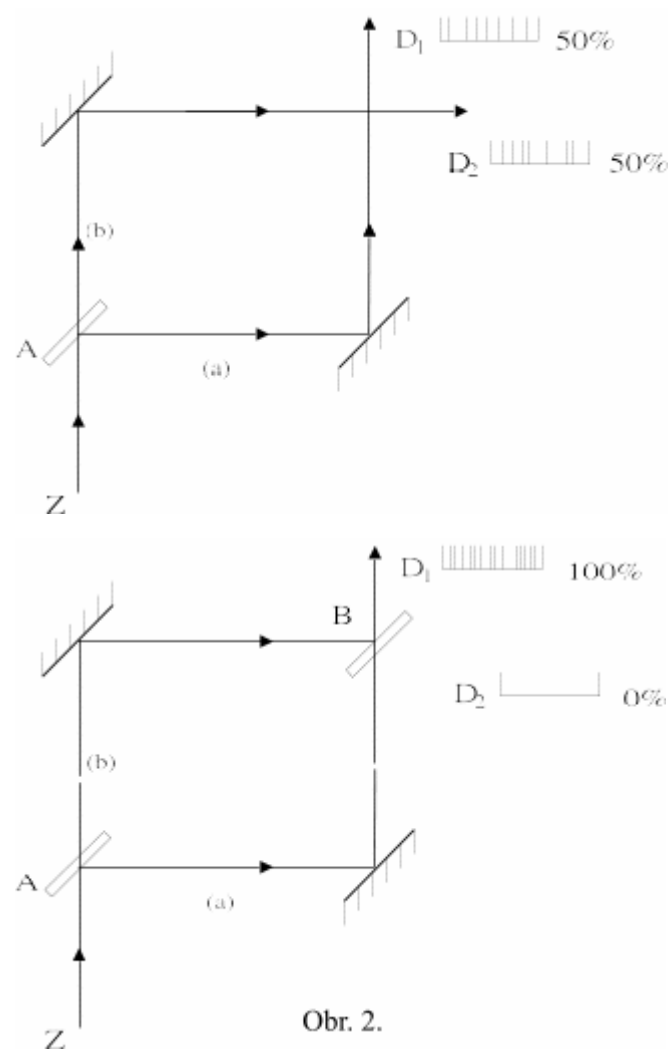
ale

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

$$I = |\Psi|^2$$

registraci v určitém bodě stínítka, nemá však trajektorii, nelze říci, že prošla právě první nebo druhou štěrbinou. Pokusíme-li se zjistit, kterým otvorem částice prošla, bude to již jiný experiment a interference zmizí.

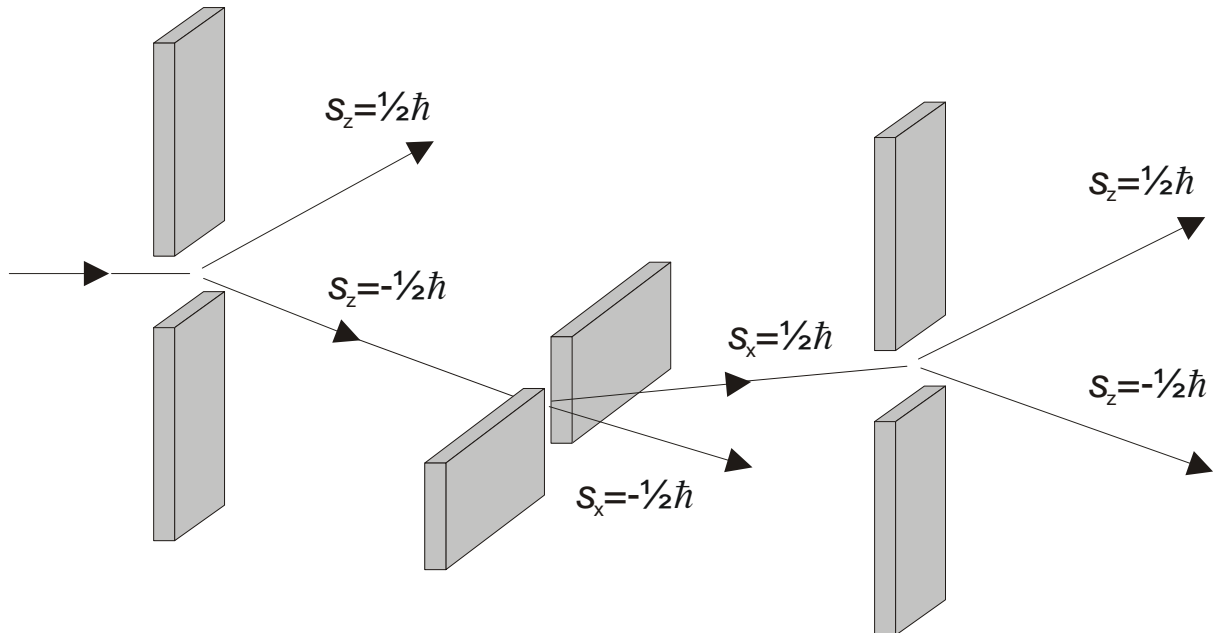
To, že foton (ale nejen foton) je opravdu divný „objekt“, který může být vlastně všude a interferovat sám se sebou, dokládá uspořádání s Mach-Zehnderovým interferometrem podle obr. 2. Světlo, které se na planoparalelní destičce A dělí, postupuje dále cestami (a) a (b) a je poté v 50% registrováno detektorem  $D_1$  a v 50% detektorem  $D_2$ . Je-li intenzita dostatečně nízká, zaznamenávají detektory i jednotlivé fotony nezávisle v  $D_1$  nebo v  $D_2$ . Zdá se, že každý foton jde buď cestou (a) nebo cestou (b). Je-li přidána druhá planoparalelní destička B, je světlo zaznamenáváno (v důsledku fázových posuvů a interference) stoprocentně toliko detektorem  $D_1$ . Interference se uplatní, i když je světlo tak



Obr. 2.

slabé, že v danou chvíli je v interferometru na cestě vlastně jen jediný foton. Doba, po kterou je foton na cestě od zdroje k rozhodnutí na destičce B, může trvat i milióny let, je-li zdrojem světla vzdálený kvasar a zpětné setkání se různých cest obstará místo zrcadel gravitační čočka.

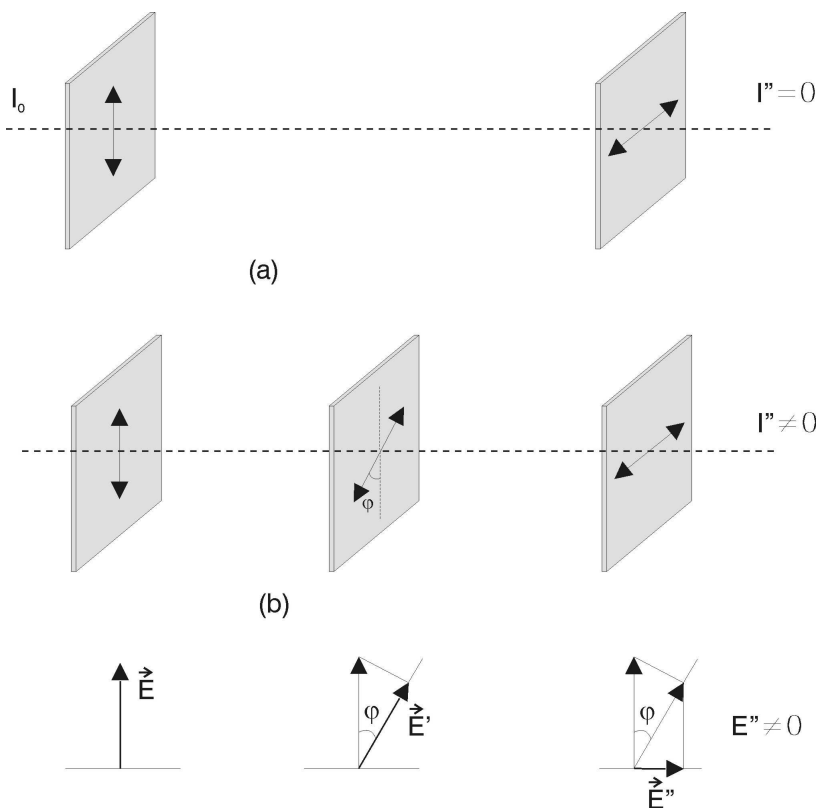
Uspořádání experimentů s překvapujícími výsledky by bylo možné uvést velký počet. Na obr. 3 je znázorněno trojí za sebou následující měření projekce spinu na vstupním svazku elektronů.



Obr. 3.

Svazek je postupně dělen vždy na polovinu podle výsledku měření  $s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$ ,  $s_x = \pm \frac{1}{2} \hbar$  a opět  $s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$ . Po druhém měření projekce  $s_z$  se opět objevuje svazek obsahující elektrony s hodnotou  $s_z = + \frac{1}{2} \hbar$ , ačkoli v prvním měření byly elektrony s touto hodnotou odvedeny stranou. Měření hodnoty  $s_x$  tedy „regenerovalo“ přítomnost elektronů s hodnotou  $s_z = + \frac{1}{2} \hbar$

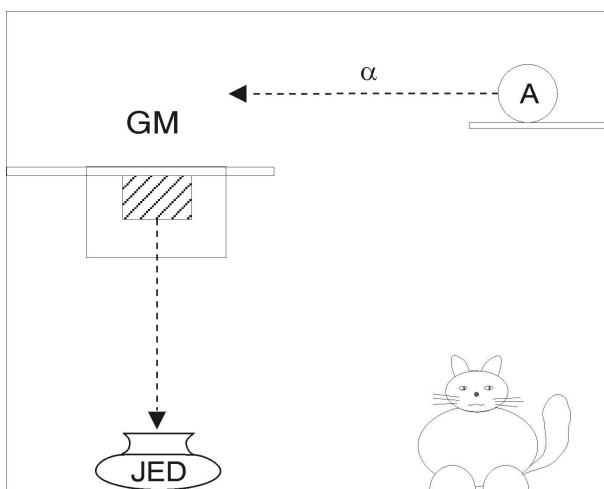
Podobný experiment lze uskutečnit s kaony  $K^0$  a s antikaony  $\overline{K}^0$ . Ve svazku  $K^0$  necháme rozpadem samovolně vymizet rychleji se rozpadající složku  $K^0_1$ , ze zbývajících složky  $K^0_2$  se při průchodu terčem srážkami s protony odstraní komponenta  $\overline{K}^0$  a procházející svazek  $K^0$  opět obsahuje již dříve „vyhynulé“  $K^0_1$ . Zde se jedná nikoli o dosti nenázornou veličinu spin, ale o samu existenci či neexistenci částic s nenulovou klidovou hmotností s určitými charakteristikami.



Ostatně, takovéto triky se superpozicemi kvantových stavů známe dobře již dávno. Vložíme-li mezi dva zkřížené optické polarizační filtry v obr. 4 třetí filtr s pootočeným polarizačním směrem v uspořádání (b), část fotonů projde ( $I_b'' \neq 0$ ), ačkoli chybí-li střední filtr (obr. a) žádné fotony zkříženými filtry neprojdou ( $I_a'' = 0$ ). Tento výsledek ovšem snadno vysvětlíme (pokud rezignujeme na kvantovou představu o fotonech!) projekcemi vektoru elektrického pole postupně do příslušných směrů.

Obr.4

Kvantová mechanika se příliš nelíbila ani některým ze samých „otců zakladatelů“. V roce 1935 publikoval Schrödinger představu myšlenkového experimentu, známého dnes jako „Schrödingerova kočka“. Obr. 5. V uzavřené místnosti se nachází radioaktivní atom A a živá kočka. Atom vyzáří částici  $\alpha$ , ta je zaregistrována G-M počítacem, ten spustí závaží a rozbije nádobu s jodem. Přítomná kočka se otráví. Stav atomu je v každém okamžiku superpozicí stavu nerozpadlého  $|\psi_n^A\rangle$  a rozpadlého  $|\psi_r^A\rangle$ . Není-li provedeno měření, není atom ani rozpadlý ani nerozpadlý, jeho stav je superpozicí. Stejně tak by tomu mělo být se stavem příslušné kočky. Otevřeme-li však místnost, najdeme atom buď rozpadlý nebo nerozpadlý, také kočka je buď živá nebo mrtvá. Výsledek měření připouští jen tyto dvě možnosti. Po uplynutí doby rovné poločas rozpadu jsou pravděpodobnosti obou možností padesátiprocentní. Dokud však měření není provedeno, je stav zmíněnou superpozicí.



$$|\Psi^A\rangle = a|\Psi_n\rangle + b|\Psi_r\rangle$$

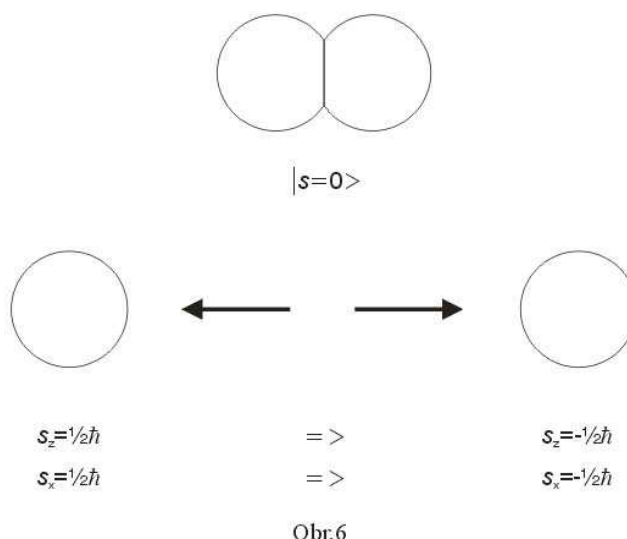
$$|\Psi^K\rangle = a|\Psi_z\rangle + b|\Psi_m\rangle$$

Superpozice známe dobře z mikroskopické úrovně, ze světa atomů a subnukleárních částic. Na makroskopické úrovni nám však připadají nepřijatelné. Kdy, jak a na které úrovni se mikroskopická povaha povaha mikrosvěta vytrácí? Jak dochází k dekoherenci? Dnes sice známe některé projevy superpozice i na makroskopické úrovni,

Obr.5

pedevším při velmi nízkých teplotách, jak však vyjádřit dekoherenční vliv makroskopického okolí je však stá le diskutovanou otázkou.

Ještě pronikavěji do rozprav o podivných rysech kvantové mechaniky vstoupil jiný příspěvek z téhož roku 1935 autorů Einsteina, Podolského a Rosena (EPR) v němž autoři dovozují, že kvantová mechanika je teorií neúplnou. Původní varianta myšlenkového experimentu obsahovala nekomutující veličiny souřadnici a hybnost, dnes je však téměř vždy rozebírán experiment v pozdější verzi Bohmově s měřením dvou vzájemně kolmých projekcí spinu. Obr. 6.



Obr.6

Systém dvou elektronů v singletovém stavu ( $s = 0$ ) se rozdělí na dva elektrony letící opačnými směry, vlevo a vpravo. Posléze, když jsou obě částice dostatečně vzdáleny, je na elektronu vlevo provedeno měření složky spinu  $s_z$  s výsledkem  $s_z = +\frac{1}{2}\hbar$ .

Tím je ovšem s jistotou známo, že měření provedené na elektronu vpravo dá hodnotu  $s_z = -\frac{1}{2}\hbar$ . Místo složky  $s_z$  však může být provedeno měření složky  $s_x$ . (Co měří, záleží na svobodném rozhodnutí experimentátora!). Naměřením hodnoty vlevo řekněme  $s_x = -\frac{1}{2}\hbar$  je však určena i hodnota  $s_x = +\frac{1}{2}\hbar$  pro elektron vpravo. Měl elektron vpravo obě hodnoty  $s_z = +\frac{1}{2}\hbar$  a

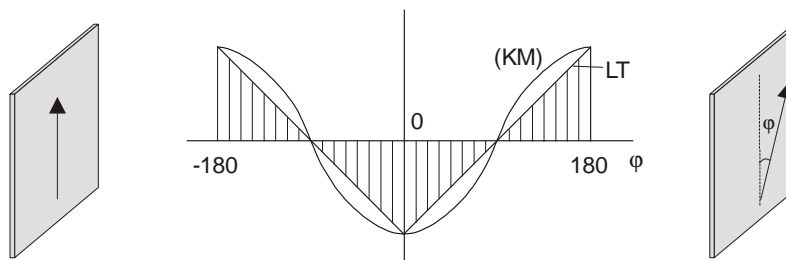
$s_x = -\frac{1}{2}\hbar$  ještě před měřením vlevo, nebo jsme je měřením teprve vždy stanovili?

Obě částice v úloze jsou v tzv. entanglovaném (zapleteném) stavu, jsou korelovány na dálku. Jak to, že měření na jedné částici může ovlivnit výsledek na druhé částici? Přenos informace mezi nimi by musel být nadsvětelný! EPR dovozují, že teorie není úplná. Bohr hájí představu, že obě částice (ač vzdáleny), dokud není provedeno měření, tvoří jediný kvantový systém.

V EPR argumentaci byly použity dva předpoklady: (i) existují tzv. „elementy reality“ (je-li něco možno předpovědět s jistotou, je to „element reality“), (ii) dění je lokální. Stále bylo možno doufat, že v budoucnu přijde nějaká teorie se skrytými parametry, která oba předpoklady splní a ukáže se, že dává přesto přesně stejné výsledky jako kvantová mechanika.

J. Bell (1966) však našel možnost jak experimentálně rozhodnout mezi kvantovou mechanikou a jakoukoliv jinou teorií, která splní oba předpoklady. Stačí měřit projekce spinů obou elektronů do různých směrů potočených o úhel  $\varphi$  (viz obr. 7). Individuální naměřené hodnoty v kvantové mechanice vždy budou buď  $+\frac{1}{2}\hbar$  nebo  $-\frac{1}{2}\hbar$ . Pro korelace středních hodnot při provedení mnoha měření dostaneme závislost tvaru (KM) na obr. 7, zatímco pro jakoukoli teorii splňující (i) a (ii) jsou korelace omezeny lomenou čarou (LT). Provedené experimenty,

využívající však místo spinů vzájemně kolmé polarizace korelovaných fotonů, i různé zpřesňující experimenty potvrdily předpovědi kvantové mechaniky. Byly navrženy i testy založené na



Obr.7

korelaci nikoli dvou, ale tří částic a byla rozebírána i řada dalších situací. Nezbyvá než něčeho se vzdát. Z obou předpokladů (i) a (ii) to vede k opuštění představy o striktní lokálnosti dění.

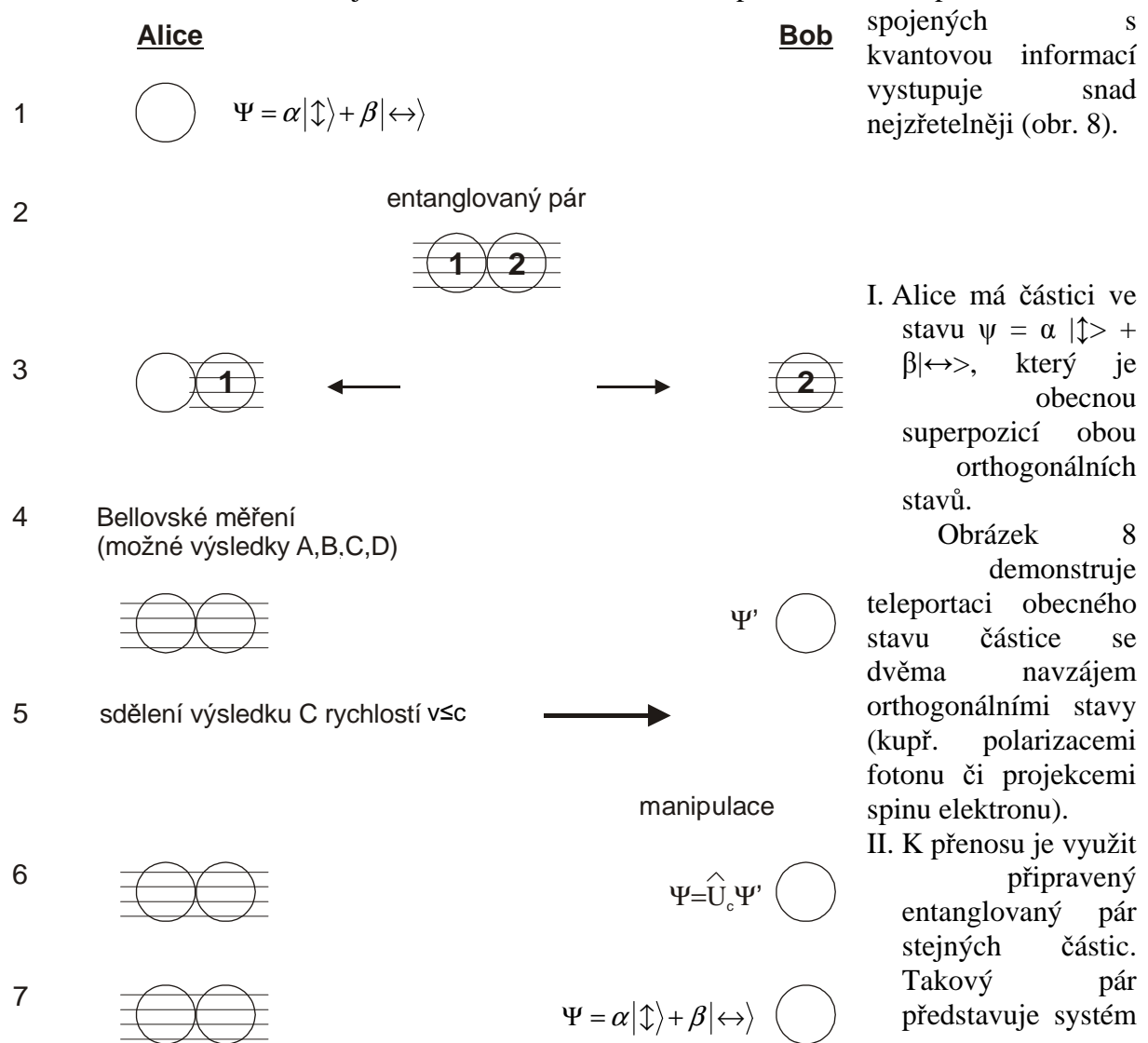
Již jsme se zmínili, že diskuse o povaze kvantové mechaniky a o jejích různých interpretacích trvají a jsou asi ještě živější než kdykoliv v minulosti od třicátých let předchozího století.

Nepominutelný zůstává ovšem fakt, že entanglované stavy existují, umíme je produkovat a hledají se pro ně proto využitelné aplikace. To vedlo k užívání pojmu „kvantová informace“ s aplikacemi především ve třech směrech.

„Kvantové počítání“, dojde-li širšího uplatnění (teoretických a praktických problémů je však víc než dost), pronikavě posune možnosti výpočetní techniky do zcela nových oblastí.

V „kvantové kryptografii“ jde o bezpečný přenos šifrovacího klíče. Přenos od A (Alice) k B (Bobovi) odposlouchává Eva (eavesdropper). V důsledku kvantových jevů se odposlech vždycky prozradí (nelze jen sledovat dění bez účasti v něm, to kvantová měření prostě neumožňují). Lze použít dodatečná opatření zvyšující pravděpodobnost bezpečného přenosu.

K rozebírání těchto aplikací (zajímavých počítačové firmy, banky a ozbrojená složky) nemáme místo. Naznačme jen třetí směr „kvantovou teleportaci“, v níž povaha omezení



Obr.8

prostorem, tedy se čtyřmi navzájem ortogonálními bázovými vektory, tzv. Bellovskými stavy.

III. Pár rozdělíme. Jednu částici dostane Alice druhou Bob.

IV. Alice na dvojici částic Č a 1 provede tzv. Bellovské měření. Tím se vytvoří entanglovaný pár, jehož stav bude dán jedním z těchto Bellovských stavů (řekněme, že výsledek měření dává možnost C). Měřením je částice 2, kterou vlastní Bob, vyvedena z provázanosti s částicí 1 a ocitne se v nějakém vlastním stavu  $\psi'$ .

V. Alice sdělí výsledek měření (variantu C) Bobovi. Sdělení se uskuteční klasickým kanálem (telefonem, radiem atp.) a rychlostí dosvětelnou  $v \leq c$ . Jde o přenos dvou bitů informace (jedné ze čtyř možností).

VI. Bob na základě toho provede odpovídající manipulaci (tj. fyzikální zásah na částici 2), které odpovídá určitý unitární operátor, jenž převede částici ze stavu  $\psi'$  do žádaného stavu  $\psi$ .

$$\hat{U}_c \psi' = \psi$$

VII. Alice má tedy na konci procedury entanglovaný pár, Bob má částici ve stavu  $\psi$ , právě takovém, jaký byl stav částice, kterou měla Alice na začátku teleportace.

VIII. Teleportace byla provedena.

Povšimněme si, formou poznámek, několika důležitých rysů celé procedury:

- (a) Úplná teleportace (skládající se z kvantové a klasické části) se udála jen dosvětelnou rychlostí  $v \leq c$ , v souladu s teorií relativity, ač kvantová část, tj. změny v provázanosti, se dělá nelokálně, tedy okamžitě.
- (b) Alice teleportovaný stav  $\psi$  nemusela znát.
- (c) Ani Bob teleportovaný stav nezná, ví však co má udělat manipulací  $\hat{U}_c$ , aby svojí částici přivedl do požadovaného stavu  $\psi$ .
- (d) Původní stav částice Č se zruší a částice vstoupí do entanglovaného páru Č,1.
- (e) Kvantovou teleportaci nelze tedy dělat od stavu daného objektu vícenásobné duplikáty (klony, kopie). Máme jen původní originál a nový originál. (To je velice sympatické omezení: lidé tedy nemohou dělat cokoli.)
- (f) Zatím se daří experimentálně teleportovat (s určitými omezeními) jen stavy nejjednodušších systémů (polarizační stavy fotonů). Teleportace mnohodimenzionálních systémů či makroskopických těles, je v nedohlednu. Ta zůstává jen v pohádkách a v science-fiction.

Přesto teleportace a obecně „kvantová informace“ vůbec, existující v mikrosvětě, jsou dokladem o překvapivé nelokálnosti přírodního dění a o tom, že svět je trochu jiný, zdaleka ne tak prostý, jak se nám na první pohled zdá.