Sbírka příkladů

pro předmět

FYZIKA 2 (B1B02FY2)

Obsah

Kapitola 1

Absolutně černé těleso

Příklad 1.1

Slunce vyzařuje přibližně jako absolutně černé těleso o teplotě T=5700 K. Budeme-li slunečním světlem ozařovat absolutně černou měděnou kouli umístěnou ve vzdálenosti 1 AU od Slunce, jaká se na ní ustaví rovnovážná teplota T_k? Průměr Slunce je ze Země pozorován pod úhlem $\alpha = 30'$. $\left[T_k = \frac{\sqrt{\alpha}}{2} T_s = 266,2\ \mathrm{K} \right]$

Příklad 1.2

Sluneční světlo dopadá kolmo k povrchu Země někde v rovníkové Africe. Předpokládejte, že povrch Země vyzařuje jako absolutně černé těleso. Dále předpokládejte, že Slunce vyzařuje jako absolutně černé těleso o teplotě 5700 K, poloměr Slunce je roven 696 000 km , střední vzdálenost Země od Slunce je rovna $149,6 \cdot 10^6$ km, Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$.

a) Jaký výkon přenáší sluneční záření na metr čtvereční zemského povrchu v těchto místech? $\left[\frac{R_s^2 \sigma T^4}{x^2} = 1295,5\ \mathrm{W \cdot m^{-2}} \right]$

b) Jaká bude maximální teplota T_z v této oblasti? $\left[T_z = T\sqrt{\frac{R_s}{x}} = 388{,}8\ \mathrm{K} = 116,5^o\ \mathrm{C} \right]$

Příklad 1.3

Určete, jaký proud I by měl procházet kovovým vláknem o průměru d =0,1 mm, které je umístěno ve vyčerpané baňce, aby se jeho teplota udržela na konstantní hodnotě T =1000 K. Předpokládejte, že vlákno vyzařuje jako absolutně černé těleso, tepelné ztráty spojené s vedením tepla zanedbejte. Rezistivita vodiče je ρ =0,025 $\mu\Omega$.m. Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67.10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$. $\left[I = \frac{\pi d^{\frac{3}{2}} T^2}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 2,37\ \mathrm{A} \right]$

Příklad 1.4

Určete výkon P, vyzařovaný z jednoho metru čtverečního povrchu Slunce. Předpokládejte, že Slunce září jako absolutně černé těleso. Maximum intenzity slunečního záření připadá na vlnovou délku λ =510 nm, Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$,

Wienova konstanta je $b = 2,898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$ $\left[P = \sigma \left(\frac{b}{\lambda} \right)^4 = 59,1\ \mathrm{MW \cdot m^{-2}} \right]$

Příklad 1.5

Na jeden centimetr čtvereční povrchu Země dopadá výkon $k = 8,34$ J.min^{-1}. Předpokládáme, že Slunce vyzařuje jako absolutně černé těleso. Určete, jaká je povrchová teplota Slunce. Vzdálenost Země - Slunce $d = 149,5.10^6$ km, poloměr Slunce je $R = 695550$ km, Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4}$. $\left[T = \sqrt[4]{\dfrac{d^2 k}{\sigma R^2}} = 5800\ \mathrm{K} \right]$

Kapitola 2

Kvantová fyzika

Příklad 2.1

Vypočtěte energii fotonu o vlnové délce λ=700 nm. Výsledek vyjádřete v Joulech a v elektronvoltech. Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}

$\left[E = \frac{hc}{\lambda} = 2,84.10^{-19} \text{ J} = 1,77 \text{ eV}\right]$

Příklad 2.2

Elektron v urychlovači získá energii E =100 MeV. Vypočítejte jeho vlnovou délku λ a kmitočet f

Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1} , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C $\left[\lambda = \frac{hc}{E} = 1,24.10^{-14} \text{ m}\right]$ $\left[f = \frac{E}{h} = 2,42.10^{22} \text{ Hz}\right]$

Příklad 2.3

Za příznivých okolností může lidské oko zaregistrovat $E = 10^{-18}$ joulů elektromagnetické energie. Vypočítejte, kolik je to fotonů světla oranžové barvy (s vlnovou délkou λ=600 nm).

Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1} , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C $\left[N = \frac{E\lambda}{hc} = 3\right]$

Příklad 2.4

Radiový vysílač o výkonu P=1000 W pracuje na kmitočtu f =880 kHz. Kolik fotonů emituje za čas $t = 1$ s? Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s . $\left[N = \frac{Pt}{hf} = 1,71 \cdot 10^{30}\right]$

Příklad 2.5

Kolik fotonů emituje destiwattová žlutá žárovka za čas $t = 1$ s? Předpokládejme monochromatické světlo s vlnovou délkou $\lambda = 580$ nm.

Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}

$\left[N = \frac{Pt\lambda}{hc} = 2,9 \cdot 10^{19}\right]$

Příklad 2.6

Určete vlnovou délku de Broghliovy vlny elektronu, který byl urychlen průchodem potenciálním rozdílem U=1 MV. hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s . $\left[\frac{hc}{\sqrt{e^2U^2 + 2eUm_{e0}c^2}} = 8,72 \cdot 10^{-13} \text{ m}\right]$

Příklad 2.7

Určete jaká je pravděpodobnost T, že dojde k tunelování elektronu o energii $E = 5,1$ eV pravoúhlou potenciálovou bariérou o výšce $E_0 = 6,8$ eV o šířce $L = 750$ pm,
hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , redukovaná Planckova konstanta je $\hbar = 1,05457.10^{-34}$ J $\cdot$ s

$$\left[T = \frac{1}{1 + \dfrac{E_0^2 \sinh^2 \left[\dfrac{L}{\hbar} \sqrt{2m_e(E_0 - E)} \right]}{4E(E_0 - E)}} = 0,000134 \right]$$

Příklad 2.8

Částice s energií 2 000 keV se nachází v jednorozměrné nekonečně hluboké pravoúhlé potenciálové jámě. Víme, že je ve třetím excitovaném stavu (tj. $n = 4$).

a) Určete energii E_1 této částice v základním stavu. $\left[E_1 = \dfrac{E_4}{16} = 125 \text{ keV} \right]$

b) Předpokládejte, že se jedná o proton. Jaká je šířka jámy L ?
hmotnost protonu je $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg , Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s
$\left[L = \sqrt{\dfrac{2h^2}{m_p E_4}} = 4,047 \cdot 10^{-14} \text{ m} \right]$

Příklad 2.9

Vodíkový atom přejde ze stavu $n = 3$ do stavu $n = 1$. Přitom emituje emituje foton. Víme, že hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , permitivita vakua je $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F $\cdot$ m^{-1} , Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

a) Jaká je energie E emitovaného fotonu ? výsledek vyjádřete v Joulech i v elektronvoltech
$\left[E = \dfrac{m_e e^4}{9\varepsilon_0^2 h^2} = 1,93 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 12 \text{ eV} \right]$

b) Jaká je hybnost p emitovaného fotonu ? $\left[p = \dfrac{E}{c} = 6,5 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$

c) Jaká je vlnová délka λ emitovaného fotonu ? $\left[\lambda = \dfrac{hc}{E} = 103 \text{ nm} \right]$

Příklad 2.10

Ukažte na základě Pauliho principu, jaký je největší možný počet elektronů na čtvrté kvantové dráze $\left[N = 2n^2 = 32 \right]$

Příklad 2.11 compton

Americký fyzik Richard Holly Compton studoval v roce 1922 rozptyl rentgenového záření na parafínu (Comptonův rozptyl). Vazebná energie elektronu v parafínu je mnohem menší než energie záření, Compton proto pokládal elektrony za volné. Překvapivé je, že rozptýlená vlnová délka fotonu je větší, než vlnová délka dopadajícího fotonu. Dochází k rozptylu fotonu na volném eletronu. Experiment prokazuje částicovou povahu světla. Nobelova cena udělena v roce 1927.

Svazek paprsků X se rozptyluje na volných elektronech. Pod úhlem φ =45^o od směru šíření svazku mají rozptýlené paprsky vlnovou délku $\lambda' = 2,2 \cdot 10^{-12}$ m. Jaká je vlnová délka λ dopadajících paprsků X? Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} , klidová hmotnost elektronu je $m_{e0} = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg

$$\left[\lambda = \lambda' - \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\varphi) = 1,49 \cdot 10^{-12} \text{ m}\right]$$

Příklad 2.12

Nalezněte nejvyšší kinetickou energii elektronů emitovaných z materiálu o výstupní práci Φ=2,3 eV pro frekvenci dopadajícího záření f=$3,0 \cdot 10^{15}$ Hz. Výsledek vyjádřete v Joulech a v elektronvoltech. Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C

$$\left[E_{max} = hf - \Phi = 1,6.10^{-18} \text{ J} = 10 \text{ eV}\right]$$

Příklad 2.13

Výstupní práce wolframu je Φ=4,50 eV. Spočtěte největší rychlost elektronů v emitovaných při dopadu světla o energii W=5,80 eV na povrch wolframu. náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg . $\left[v = \sqrt{\frac{2(W - \Phi)}{m_e}} = 676 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}\right]$

Příklad 2.14

Výstupní práce daného kovu je Φ=1,8 eV. Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

a) Jaký je brzdný potenciál U_b pro světlo o vlnové délce λ=400 nm? $\left[U_b = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - \Phi\right) = 1,3 \text{ V}\right]$

b) Jaká je největší rychlost v_m fotoelektronů při opuštění povrchu kovu?

$$\left[v_m = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - \Phi\right)} = 676197,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\right]$$

Příklad 2.15

Družice na oběžné dráze se může nabíjet v důsledku fotoefektu, protože světlo Slunce vyráží elektrony z jejího vnějšího povrchu. Družice se musí navrhovat tak, aby se toto nabíjení minimalizovalo. Předpokládejme, že povrch družice pokryjeme platinou, kovem o velmi vysoké výstupní práci (Φ=5,32 eV). Najděte nejdelší vlnovou délku λ dopadajícího slunečního světla, které může vyrazit elektrony z platiny. Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

$$\left[\lambda = \frac{hc}{\Phi} = 233 \text{ nm}\right]$$

Příklad 2.16

Při fotoelektrickém pokusu na sodíkovém povrchu najdeme brzdný potenciál U_1=1,85 V pro vlnovou délku λ_1=300 nm a brzdný potenciál U_2=0,820 V pro vlnovou délku λ_2=400 nm. náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1}

a) určete hodnotu Planckovy konstanty h $\left[h = \dfrac{e(U_2 - U_1)}{c\left(\dfrac{1}{\lambda_2} - \dfrac{1}{\lambda_1}\right)} = 6,60.10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \right]$

b) vypočítejte výstupní práci Φ pro sodík, výsledek vyjádřete v Joulech i elektronvoltech $\left[\Phi = \dfrac{e(U_2\lambda_2 - U_1\lambda_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} = 3,6365 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,27 \text{ eV} \right]$

c) ze zadaných dat vypočítejte prahovou vlnovou délku λ_0 (vlnovou délku odpovídající prahové frekvenci) pro sodík. $\left[\lambda_0 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2(U_2 - U_1)}{U_2\lambda_2 - U_1\lambda_1} = 545 \text{ nm} \right]$

Příklad 2.17

Předpokládejte, že relativní účinnost povrchu cesia o výstupní práci Φ=1,80 eV je $\eta = 1,0 \cdot 10^{-16}$; v průměru je tedy emitován jeden elektron na $n = 10^{16}$ fotonů, které dopadají na povrch. Jaký změříte proud elektronů emitovaných tímto povrchem, když jej ozáříme laserem o vlnové délce λ=600 nm a výkonu P=2,00 mW, pokud měříme všechny emitované elektrony?
Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C $\left[I = \dfrac{Pe\lambda}{hc}\eta = 9,67 \cdot 10^{-20} \text{ A} \right]$

Kapitola 3

Ideální plyn. Kinetická teorie plynů

Příklad 3.1

Nejlepší vakuum, kterého lze dosáhnout v laboratoři, odpovídá tlaku 10^{-18} atm. Kolik molekul je při tomto tlaku v objemu 1 cm^3 při teplotě 20^o C ? Boltzmannova konstanta je $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J $\cdot$ K^{-1}
$\left[N = \dfrac{pV}{kT} = 24 \text{ molekul}\right]$

Příklad 3.2

Oxid dusičitý (NO_2) o hmotnosti $m = 1,32$ g zaujímá při teplotě $t = 14,6^o$C a tlaku $p = 10,5 \cdot 10^4$ Pa objem $V = 0,6855\,\ell$, molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994$ g $\cdot$ mol^{-1} , molární hmotnost dusíku je $M_N = 14,0067$ g $\cdot$ mol^{-1} . Vypočítejte z těchto údajů hodnotu plynové konstanty R.
$\left[R = \dfrac{pV(M_N + 2M_O)}{mT} = 8,7177 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}\right]$

Příklad 3.3

Kolik molekul vody by připadalo na 1 cm^2, kdyby byla voda o hmotnosti $m_V = 1$ gram rovnoměrně rozprostřena po zemském povrchu? Avogadrova konstanta je rovna $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1} , střední poloměr Země je roven $R_z = 6,373 \cdot 10^6$ m , molární hmotnost vodíku je $M_H = 1,00797$ g $\cdot$ mol^{-1} , molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994$ g $\cdot$ mol^{-1} $\left[N = \dfrac{m_V N_A}{4\pi R_z^2(2M_H + M_O)} = 6550 \text{ molekul/cm}^2\right]$

Příklad 3.4

Vzduch má při tlaku p_1 =0,1 MPa a teplotě $t_1 = -23^o$C objem $V_1 = 5\,\ell$. Jaký bude tlak vzduchu p_2, jestliže se jeho objem zmenší na $\dfrac{1}{10}$ původního objemu a teplota se zvýší na $t_2 = 3^o$C ?
$\left[p_2 = 10 \cdot T_2 \cdot \dfrac{p_1}{T_1} = 1,1 \text{ MPa}\right]$

Příklad 3.5

V nádobě o vnitřním objemu $V_1 = 10\,\ell$ je uzavřen kyslík při tlaku p_1 =0,40 MPa. Nádobu spojíme krátkou trubicí s jinou nádobou o vnitřním objemu $V_2 = 15\,\ell$, v které je vakuum. Určete výsledný tlak kyslíku p_2. Předpokládejme, že teplota kyslíku je při tomto ději stálá a objem trubice je zanedbatelný vzhledem k objemu nádob. $\left[p_2 = \dfrac{p_1 V_1}{V_1 + V_2} = 0,16 \text{ MPa}\right]$

Příklad 3.6

V nádobě o objemu V =100 cm^3 je ideální plyn o teplotě t =27^{o}C. Z nádoby unikne vadným ventilem část plynu, takže jeho tlak se zmenší o Δp=4,14 kPa. Teplota plynu je stálá. Určete počet molekul N, které z nádoby unikly. Avogadrova konstanta je rovna $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1} $\left[N = \dfrac{N_A \Delta p V}{RT} = 1,001 \cdot 10^{20} \text{ molekul}\right]$

Příklad 3.7

Určete hustotu kyslíku při tlaku 5 MPa a teplotě 27^{o}C.

molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994$ kg $\cdot$ kmol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1}

$\left[\rho = \dfrac{2M_0 p}{RT} = 64,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}\right]$

Příklad 3.8

Určete molární hmotnost plynu M_m, který má při tlaku 98 kPa a teplotě 0^{o}C hustotu $8,64 \cdot 10^{-2}$ kg$\cdot$m^{-3} univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1} $\left[M_m = \dfrac{\rho RT}{p} = 1,997 \text{ kg} \cdot \text{kmol}^{-1}\right]$

Příklad 3.9

Určete hmotnost kyslíku m uzavřeného v bombě o objemu $V = 10\,\ell$, jestliže při teplotě $t = -13^o$C ukazuje manometr tlak $p = 87,5 \cdot 10^5$ Pa. molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994$ kg $\cdot$ kmol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1} $\left[m = \dfrac{2M_0 pV}{RT} = 1,297 \text{ kg}\right]$

Příklad 3.10

Bomba o objemu $V_1 = 20\,\ell$ je naplněna stlačeným vzduchem (ideální plyn). Při teplotě $t_1 = 20^o$C ukazuje manometr tlak $p_1 = 120 \cdot 10^5$ Pa. Jaký objem V_2 vody (v litrech) je možné vytěsnit z komory ponorky vzduchem z této bomby, jestliže je ponorka $h = 30$ m pod hladinou a teplota $t_2 = 5^o$C ? Atmosferický tlak je $p_A = 10^5$ Pa, hustota vody je $\rho_v = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3} , tíhové zrychlení je rovno $g = 9,81$ m $\cdot$ s^{-2}

$\left[V_2 = V_1 \dfrac{T_2}{T_1} \dfrac{p_1}{\rho_v h g + p_A} - V_1 = 557,5\,\ell\right]$

Příklad 3.11

Jaký kompresní poměr musí mít spalovací motor, má-li se nasávaný vzduch ($\varkappa = 1,4$) teploty $t_1 = 80^o$ C zahřát kompresí na $t_2 = 1000^o$ C ? Kompresní poměr motoru je podíl objemů $\dfrac{V_1}{V_2}$. Děje v motoru pokládejte za adiabatické.

$\left[\dfrac{V_1}{V_2} = \left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{1-\varkappa}} = 24,7\right]$

Příklad 3.12

Nádoba je naplněna kyslíkem pokojové teploty $T = 300$ K, molární hmotnost molekulárního kyslíku O_2 je $M_{O2} = 31,999$ kg $\cdot$ kmol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1}

a) kolik procent molekul má rychlost v intervalu $\langle 599 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 601 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \rangle$?

$$\left[P = 4\pi \left(\frac{M_m}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v_s^2 e^{-\frac{M_m}{2RT} v^2} \Delta v = 0,262\% \text{ molekul} \right]$$

b) jaká je nejpravděpodobnější rychlost molekuly ? $\left[v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M_m}} = 394,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$

c) jaká je střední rychlost molekuly ? $\left[\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}} = 445 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$

Příklad 3.13

Pro směs tří kilomolů Ar a pěti kilomolů O_2 (molekulární kyslík) určete

a) molární tepelnou kapacitu C_V $\left[\frac{1}{n_{Ar} + n_{O_2}} \left(\frac{3}{2} n_{Ar} + \frac{5}{2} n_{O_2} \right) R = 17658 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \right]$

b) molární tepelnou kapacitu C_p $\left[C_p = C_V + R = 25968 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \right]$

c) adiabatický exponent (Poissonovu konstantu) $\varkappa$ $\left[\varkappa = \frac{C_p}{C_V} = 1,47 \right]$

univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1}

Kapitola 4

Termodynamika

Příklad 4.1

Dva gramy dusíku při teplotě 27^o C izotermicky zmenší svůj objem ze 6 ℓ na 4 ℓ. Vypočítejte změnu entropie. Relativní atomová hmota dusíku je rovna A_r^N=14, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u =$ 1,66$\cdot 10^{-27}$ kg , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J$\cdot$kmol$^{-1}\cdot$K^{-1} , Avogadrova konstanta je rovna $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1}

$$\left[\Delta S = \frac{m}{2A_r^N u N_A} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -0,24 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}\right]$$

Příklad 4.2

Máme 60 litrů vzduchu o tlaku p=1 MPa. Kolik tepla je třeba dodat, aby vzduch při stálém tlaku zdvojnásobil objem? Poissonova konstanta pro vzduch $\varkappa = 1,4$. $\left[Q = \frac{\varkappa p}{\varkappa - 1} V = 210 \text{ kJ}\right]$

Příklad 4.3

Vypočítejte změnu entropie při ochlazení vzduchu o hmotnosti $m = 5$ g z teploty $t_1 = 50^o$ C na $t_2 = 0^o$ C při stálém objemu, molární hmotnost vzduchu je $M_{vz} = 28,5$ g $\cdot$ mol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3$ J $\cdot$ mol$^{-1} \cdot$ K^{-1} , $C_v = \frac{5}{2}R$. $\left[\Delta S = \frac{m}{M_{vz}} \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = -0,612 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}\right]$

Příklad 4.4

Vypočítejte změnu entropie při ochlazení vzduchu o hmotnosti $m = 5$ g z teploty $t_1 = 50^o$ C na $t_2 = 0^o$ C při stálém tlaku, molární hmotnost vzduchu je $M_{vz} = 28,5$ g $\cdot$ mol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1} , $C_v = \frac{5}{2}R$. $\left[\Delta S = \frac{m}{M_{vz}} \frac{7}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = -0,857 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}\right]$

Příklad 4.5

Smícháme $m_1 = 10$ g vody teploty $t_1 = 100^o$C a $m_2 = 20$ g vody teploty $t_2 = 15^o$C. Předpokládejte děj izobarický vratný, měrná tepelná kapacita vody je $c = 4200$ J $\cdot$ kg$^{-1} \cdot$ K^{-1}

a) jaká bude výsledná teplota? $\left[t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 43,33^o\text{C}\right]$

b) jaká bude změna entropie? $\left[\Delta S = m_1 c \ln \frac{T}{T_1} + m_2 c \ln \frac{T}{T_2} = 0,96 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}\right]$

Příklad 4.6

Jeden mol ideálního plynu se kvazistaticky izobaricky ohřeje z teploty $T_1 = 100$ K na $T_2 = 300$ K. Jak se změní entropie soustavy ?

$C_v = 12,5\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} K^{-1}}$, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$

$$\left[\Delta S = n\left(C_v + R\right)\ln\frac{T_2}{T_1} = 22,85\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}\right]$$

Příklad 4.7

Stanovte změnu entropie ΔS pro $m = 5\,g$ vodíku, který se při teplotě $t = 20^o$C izotermicky rozepnul z objemu $V_1 = 10\,\ell$ na objem $V_2 = 25\,\ell$. molární hmotnost vodíku je $M_H = 1,00797\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$

$$\left[\Delta S = \frac{m}{2M_H} \cdot R\ln\frac{V_2}{V_1} = 18,863\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}\right]$$

Příklad 4.8

Jaká je změna vnitřní energie dusíku, který má při tlaku $p_1 = 10^5$ Pa objem $V_1 = 10\,\ell$, jestliže se rozepne na objem $V_2 = 12\,\ell$

a) při izobarickém ději $\left[\dfrac{p_1(V_2 - V_1)}{\varkappa - 1} = 495,05\ \mathrm{J}\right]$

b) při adiabatickém ději $\left[\Delta U = \dfrac{p_1 V_1}{\varkappa - 1}\left[\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1} - 1\right] = -175,8\ \mathrm{J}\right]$

Poissonova konstanta pro dusík je $\varkappa = 1,404$

Příklad 4.9

Jeden mol dusíku v plynném skupenství je uzavřen v levé čísti nádrže o objemu $V_1 = 1\,\ell$. Otevřeme kohout a dusík expanduje do druhé části nádrže o stejném objemu $V_2 = 1\,\ell$. (Objem plynu se tedy zdvojnásobí). Jaká je změna entropie při tomto nevratném ději? Expanze probíhá pomalu, takže se nemění teplota plynu, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$

a) pomocí makroskopické definice entropie $\left[\Delta S = nR\ln\dfrac{V_1 + V_2}{V_1} = 5,75\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}\right]$

b) pomocí mikroskopické definice entropie $\left[\Delta S = nR\ln 2 = 5,75\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}\right]$

Příklad 4.10

V nádobě o objemu $V_1 = 50\,\ell$ je plyn o tlaku $p_1 = 4,5 \cdot 10^6$ Pa. Ve druhé nádobě o objemu $V_2 = 30\,\ell$ je jiný plyn o tlaku $p_2 = 8,5 \cdot 10^6$ Pa. Teploty obou plynů jsou stejné $t = 20^o$C. Určete, jak se změní entropie soustavy vzniklé smícháním plynů po spojení obou lahví. Plyny spolu chemicky nereagují.

$$\left[\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{p_1 V_1}{T}\ln\frac{V_2 + V_1}{V_1} + \frac{p_2 V_2}{T}\ln\frac{V_2 + V_1}{V_2} = 1214\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}\right]$$

Příklad 4.11

Na počátku určitého polytropického děje objem a tlak byly $V_1 = 2,3\,\ell$ a $p_1 = 10^5$ Pa, na konci děje byly $V_2 = 4,1\,\ell$ a $p_2 = 0,5 \cdot 10^5$ Pa. Teplota na začátku děje byla $t_1 = 26^o$C, měrná tepelná kapacita kyslíku pro konstantní objem je $c_{VO} = 651\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994\ \mathrm{kg \cdot kmol^{-1}}$, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}}$

Určete

a) exponent polytropické rovnice α $\left[\alpha = \dfrac{\ln\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)} = 1,199\right]$

b) práci vykonanou rozpínajícím se kyslíkem $\left[A = \dfrac{p_1V_1}{\alpha - 1}\left[1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\alpha-1}\right] = 125,6\ \mathrm{J}\right]$

c) množství tepla, které obdrží kyslík od okolního prostředí

$$\left[\Delta Q = \frac{p_1V_1}{\alpha - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\alpha-1}\right] + \frac{2M_0}{R}c_{VO}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 62,86\ \mathrm{J}\right]$$

Příklad 4.12

Carnotův motor pracuje mezi lázněmi teplot $T_H = 850$ K a $T_S = 300$ K. Koná práci A=1 200 J během každého cyklu trvajícího t =0,25 s.

a) Jakou má účinnost? $\left[\eta = 1 - \dfrac{T_S}{T_H} = 0,647\right]$

b) Jaký je střední výkon motoru? $\left[P = \dfrac{A}{t} = 4800\ \mathrm{W}\right]$

Příklad 4.13

Jste majitelem tepelné elektrárny. Chlazení páry vycházející z parní turbíny se ve vaší elektrárně provádí otevřeným cyklem. K chlazení je využita místní řeka s průtokem 2 kubíky za sekundu, p=2 m^3/s. Normální teplota vody v řece je $t_N = 17$°C. Podle zákona o ochraně životního prostředí je možné její teplotu zvýšit maximálně o $\Delta t = 5$°C. Při překročení tohoto limitu hrozí uzavření elektrárny.

Určete, jaký maximální výkon P_E může elektrárna dodávat do elektrické sítě, aniž poruší zákon o ochraně životního prostředí, měrná tepelná kapacita vody je $c = 4200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Teplota páry v parním kotli tepelné elektrárny je $t_Z = 800$°C. Pro jednoduchost předpokládejme, že elektrárna pracuje s Carnotovým cyklem. $\left[P_E = cp\rho\Delta t\left(\dfrac{t_Z - t_N - \Delta t}{273 + \Delta t + t_N}\right) = 110,8\ \mathrm{MW}\right]$

Příklad 4.14

Jste majitelem tepelné elektrárny. Chlazení páry vycházející z parní turbíny se ve vaší elektrárně provádí otevřeným cyklem. K chlazení je využita místní řeka s průtokem 2 kubíky za sekundu, p=2 m^3/s. Normální teplota vody v řece je $t_N = 17$°C. Podle zákona o ochraně životního prostředí je možné její teplotu zvýšit maximálně o $\Delta t = 5$°C. Při překročení tohoto limitu hrozí uzavření elektrárny.

Určete, jaký maximální výkon může elektrárna dodávat do elektrické sítě, aniž poruší zákon o ochraně životního prostředí, měrná tepelná kapacita vody je $c = 4200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Teplota páry v parním kotli tepelné elektrárny je $t_Z = 800$°C. Elektrárna pracuje s Rankinovým cyklem (reálný Carnotův cyklus). S tímto cyklem pracují téměř všechny uhelné a jaderné elektrárny. Účinnost tohoto cyklu je 65% účinnosti Carnotova cyklu, $\alpha = 0,65$. $\left[P_E = cp\alpha\rho\Delta t\left(\dfrac{t_Z - t_N - \Delta t}{273 + \alpha(\Delta t + t_N) + t_Z(1-\alpha)}\right) = 37,4\ \mathrm{MW}\right]$

Kapitola 5

Tepelné vlastnosti látek

Příklad 5.1 Objem vody závisí na teplotě podle vztahu $V = V_0(1 + At + Bt^2 + Ct^3)$. Koeficienty A, B, C jsou $A = -6,427 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, $B = 8,5053 \cdot 10^{-6}$ K^{-2}, $C = -6,79 \cdot 10^{-8}$ K^{-3}. Určete teplotu t_a v intervalu 0^oC – 30^oC, při které bude objem vody minimální. Koeficienty A, B, C platí právě v tomto intervalu. $\left[t_a = \dfrac{-2B + \sqrt{4B^2 - 12AC}}{6C} = 3,97^o \text{ C} \right]$

Příklad 5.2

Jeden konec ocelové tyče délky $d = 20$ cm a průřezu $S = 3$ cm^2 udržujeme na stálé teplotě $t_1 = 300^o$C, druhý konec zasahuje do tajícího ledu. Určete hmotnost ledu m, který roztaje za $\tau = 20$ minut, měrné skupenské teplo tání ledu je $l_l = 333,6 \cdot 10^3$ J$\cdot$kg^{-1}, součinitel tepelné vodivosti oceli je $\lambda_o = 47$ W$\cdot$m$^{-1}\cdot$K^{-1} $\left[m = \lambda_o S \dfrac{t_1 - t_2}{h l_l} \tau = 0,038 \text{ kg} \right]$

Příklad 5.3

Měděná tyč délky $\ell_1 = 15$ cm je připojena k železné tyči stejného průřezu a délky $\ell_2 = 8$ cm. Volný konec měděné tyče udržujeme na stálé teplotě $t_1 = 150^o$ C, konec železné tyče na teplotě $t_2 = 20^o$ C. Vypočítejte

a) hustotu tepelného toku q v tyčích $\left[q = \dfrac{t_1 - t_2}{\dfrac{\ell_1}{\lambda_m} + \dfrac{\ell_2}{\lambda_z}} = 88,4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \right]$

b) teplotu t_x na dotykové ploše tyčí $\left[t_x = \dfrac{\ell_2 \lambda_m t_1 + \ell_1 \lambda_z t_2}{\ell_2 \lambda_m + \ell_1 \lambda_z} = 116,9^o \text{ C} \right]$

součinitel tepelné vodivosti mědi je $\lambda_m = 401$ W $\cdot$ m$^{-1} \cdot$ K^{-1} , součinitel tepelné vodivosti železa je $\lambda_z = 73$ W $\cdot$ m$^{-1} \cdot$ K^{-1}

Příklad 5.4

Měděná destička tloušťky $\ell_1 = 6$ mm je položena na železné destičce tloušťky $\ell_2 = 4$ mm. Vypočítejte, jaký by byl součinitel tepelné vodivosti λ destičky o tloušťce $\ell = 10$ mm, která by vedla teplo stejně, jako spojené destičky, součinitel tepelné vodivosti mědi je $\lambda_m = 401$ W $\cdot$ m$^{-1} \cdot$ K^{-1} , součinitel tepelné vodivosti železa je $\lambda_z = 73$ W $\cdot$ m$^{-1} \cdot$ K^{-1} $\left[\lambda = \ell \cdot \dfrac{\lambda_m \lambda_z}{\ell_1 \lambda_z + \ell_2 \lambda_m} = 143,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{ K}^{-1} \right]$

Příklad 5.5

Válcovým plastovým potrubím PPR $32 \times 2,9$ protéká horká voda o teplotě $t_1 = 80^o$ C. Teplota okolí je $t_2 = 20^o$ C. Vnitřní poloměr potrubí je $r_1 = 13,1$ mm, vnější poloměr je $r_2 = 16$ mm, potrubí má délku $L = 1$ m, součinitel tepelné vodivosti polypropylenu je $\lambda_p = 0,17\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ Vypočítejte

a) kolik tepla Q_1 se odvede stěnou potrubí do okolí za τ =1 hodina $\left[Q_1 = \dfrac{2\pi\lambda_p L}{\ln\dfrac{r_1}{r_2}}(t_2 - t_1)\tau = 1,15 \cdot 10^6\ \mathrm{J}\right]$

b) potrubí obalíme tepelně izolujícím mirelonovým obalem tloušťky $d = 13$ mm. Vnější poloměr složeného potrubí bude $r_3 = 29$ mm. Kolik tepla Q_2 se odvede stěnou izolovaného potrubí do okolí za τ =1 hodina, součinitel tepelné vodivosti mirelonu je $\lambda_m = 0,038\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$

$$\left[Q_2 = \frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\lambda_p}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\lambda_m}\ln\dfrac{r_3}{r_2}}(t_1 - t_2)\tau = 80,6 \cdot 10^3\ \mathrm{J}\right]$$

Příklad 5.6

Válcovým plastovým potrubím PPR $32 \times 2,9$ protéká horká voda o teplotě $t_1 = 80^o$ C. Teplota okolí je $t_2 = 20^o$ C. Vnitřní poloměr potrubí je $r_1 = 13,1$ mm, vnější poloměr je $r_2 = 16$ mm, potrubí má délku $L = 1$ m, součinitel tepelné vodivosti polypropylenu je $\lambda_p = 0,17\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$, součinitel přestupu tepla mezi povrchem potrubí a okolním vzduchem $\alpha_2 = 10\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$ Vypočítejte

a) kolik tepla Q_1 se odvede stěnou potrubí do okolí za τ =1 hodina

$$\left[Q_1 = \frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\lambda_p}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 r_2}}(t_1 - t_2)\tau = 154 \cdot 10^3\ \mathrm{J}\right]$$

b) potrubí obalíme tepelně izolujícím mirelonovým obalem tloušťky $d = 13$ mm. Vnější poloměr složeného potrubí bude $r_3 = 29$ mm. Kolik tepla Q_2 se odvede stěnou izolovaného potrubí do okolí za τ =1 hodina, součinitel tepelné vodivosti mirelonu je $\lambda_m = 0,038\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$

$$\left[Q_2 = \frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\lambda_p}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\lambda_m}\ln\dfrac{r_3}{r_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 r_3}}(t_1 - t_2)\tau = 66,9 \cdot 10^3\ \mathrm{J}\right]$$

Příklad 5.7

Vypočítejte množství tepla Q, které za ustáleného tepelného toku projde za čas $t = 20$ s pláštěm měděné trubky, teplota na vnitřní ploše trubky je rovna $T_1 = 80^o$ C, na vnější $T_2 = 20^o$ C, vnitřní poloměr trubky je $r_1 = 10$ mm, vnější poloměr trubky $r_2 = 15$ mm, délka trubky $L = 2$ m, součinitel tepelné vodivosti mědi je $\lambda_m = 401\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ $\left[Q = \dfrac{2\pi\lambda L}{\ln\dfrac{r_1}{r_2}}(T_2 - T_1)t = 14,9 \cdot 10^6\ \mathrm{J}\right]$

Příklad 5.8

Kolik tepla projde za čas $\tau = 1$ hodina zdí o ploše $S = 1$ m^2 o síle $d = 45$ cm z místnosti o teplotě $t_1 = 20^o$C do venkovního mrazu $t_2 = -15^o$C? Součinitel přestupu tepla z místnosti do zdi je $\alpha_1 = 29,302$ kJ$\cdot$ m$^{-2}\cdot$ hod$^{-1}\cdot$K^{-1}, součinitel přestupu tepla ze zdi do okolí $\alpha_2 = 83,72$ kJ$\cdot$ m$^{-2}\cdot$ hod$^{-1}\cdot$K^{-1} a měrná tepelná vodivost zdiva $\lambda = 3,1395$ kJ$\cdot$m$^{-1}\cdot$hod$^{-1}\cdot$K^{-1}.

$$\left[Q = Q = \tau S \frac{t_1 - t_2}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{d}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = 184,787 \text{ kJ} \right]$$

Příklad 5.9 Majitel měl na chatě jednoduchá okna o rozměrech 60 cm $\times$ 120 cm, tloušťka skla je d =3 mm, součinitel tepelné vodivosti skla je $\lambda_s = 0,75$ W $\cdot$ m$^{-1}\cdot$ K^{-1} součinitel přestupu tepla je stejný pro všechna prostředí $\alpha = 20$ W $\cdot$ m$^{-2}\cdot$ K^{-1}. Jaký je poměr nového a původního tepelného toku v následujících případech?

a) Aby zlepšil tepelnou izolaci, rozhodl se pro silnější sklo. Na jednom okně odstranil tmel vyměnil sklo za jiné s dvojnásobnou tloušťkou. [$p_1 = 0,963$]

b) Jeho syn přidal druhé sklo stejné tloušťky na rám tak, že mezi skly nechal velmi malou mezeru. [$p_2 = 0,5$]

c) Jeho dcera přidala druhé sklo stejné tloušťky na rám tak, že mezi skly vznikla mezera $h = 1$ cm, součinitel tepelné vodivosti vzduchu je $\lambda_v = 0,026$ W $\cdot$ m$^{-1}\cdot$ K^{-1} [$p_3 = 0,175$]

Kapitola 6

Vlny

Příklad 6.1

Daná vlna má rychlost $c = 240\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a vlnovou délku $\lambda = 3,2$ m.

a) Jaká je frekvence vlny f? $\left[f = \dfrac{c}{\lambda} = 75\ \mathrm{Hz}\right]$

b) Jaká je perioda vlny T? $\left[T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{\lambda}{c} = 0,0133\ \mathrm{s} = 13,3\ \mathrm{ms}\right]$

Příklad 6.2

Příčná postupná sinusová vlna se šíří na vlákně ve směru osy y s úhlovým vlnočtem k=60 cm^{-1}, s periodou T =0,20 s a s amplitudou z_m=3,0 mm. Při šíření vlny kmitají jednotlivé částice vlákna ve směru osy z.

a) napište rovnici pro výchylku této vlny $\left[z = z_m \sin\left(ky - \dfrac{2\pi t}{T}\right) = 3,0\sin(60y - 10\pi t)\right]$

b) jaká je největší příčná rychlost částic vlákna v_{max} ? $\left[v_{max} = z_m\dfrac{2\pi}{T} = 0,0942\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

Příklad 6.3

Příčná postupná sinusová vlna se šíří na vlákně v kladném směru osy x. Vlna má vlnovou délku $\lambda = 10$ cm, frekvenci f=400 Hz a amplitudu y_m=2,0 cm.

a) Napište vztah pro výchylku vlny $\left[y = y_m \sin\left[2\pi\left(\dfrac{x}{\lambda} - ft\right)\right] = 2,0\sin[2\pi(0,10x - 400t)]\right]$

b) Jaká je největší příčná rychlost částic vlákna v_{max} ? $\left[v_{max} = 2\pi f y_m = 50,266\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

c) Jaká je rychlost šíření vlny c ? $\left[c = \lambda f = 40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

Příklad 6.4

Jaká je rychlost příčné postupné vlny na vlákně hmotnosti m=60,0 g a délky ℓ=2,00 m, jestliže napětí ve vlákně činí F=500 N? $\left[v = \sqrt{\dfrac{F\ell}{m}} = 129,1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

Příklad 6.5

Na napnuté struně postupují souhlasným směrem dvě stejné vlny. Jaký je mezi nimi fázový rozdíl $\Delta\varphi$, jestliže amplituda výsledné vlny y_0 je 1,5krát větší než společná amplituda obou výchozích vln y_m?

a) výsledek vyjádřete ve stupních, $\left[\Delta\varphi = 2\arccos\left(\dfrac{3}{4}\right) = 82,8^o\right]$

b) v radiánech $\left[\Delta\varphi = 2\arccos\left(\dfrac{3}{4}\right) = 1,45\ \mathrm{rad}\right]$

c) a ve vlnových délkách. $\left[\Delta\lambda = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = 0,23 \text{ vlnových délek}\right]$

Příklad 6.6

Struna délky ℓ=8,40 m a hmotnosti m=0,120 kg je napnuta silou F=96,0 N a na obou koncích upevněna. Poté jsou v ní vybuzeny vlastní kmity.

a) určete pro danou strunu rychlost vlny c. $\left[c = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} = 82,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\right]$

b) jaká je nejdelší možná vlnová délka stojaté vlny λ_{max}? $[\lambda_{max} = 2\ell = 16,8 \text{ m}]$

c) vypočtěte její frekvenci f $\left[f = \sqrt{\frac{F}{4m\ell}} = 4,88 \text{ Hz}\right]$

Příklad 6.7

Jaké jsou tři nejnižší vlastní frekvence pro stojaté vlny na struně délky l=10,0 m a hmotnosti m=100 g, jestliže je struna napnuta silou F=250 N a upevněna mezi dvěma svorkami?

$\left[f_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{ml}} = 7,91\text{Hz}\right]$ $\left[f_2 = \sqrt{\frac{F}{ml}} = 15,8 \text{ Hz}\right]$ $\left[f_3 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{F}{ml}} = 23,7 \text{ Hz}\right]$

Příklad 6.8

Struna, po níž se šíří vlny rychlostí c=400 m.s^{-1}, je na obou koncích uchycena v pevných svorkách. Strunu rozkmitáme ladičkou o frekvenci f=600 Hz. Vznikající stojatá vlna má amplitudu y_m=2,0 mm a je tvořena čtyřmi půlvlnami.

a) Jaká je vzdálenost mezi svorkami? $\left[\Delta l = \frac{2c}{f} = 1,3 \text{ m}\right]$

b) Vyjádřete výchylku jednotlivých částic struny jako funkci polohy částic a času.

$\left[v_y = 2y_m \sin\left(\frac{2\pi f}{c}x\right) \cos(2\pi f t) = 0,002 \sin(9,4\,x) \cos(3800\,t)\right]$

Příklad 6.9

Ze stropu visí lano o délce $\ell = 10$ m. Jak dlouho bude postupovat vlna od konce lana až ke stropu? tíhové zrychlení je rovno $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ $\left[t = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2,02 \text{ s}\right]$

Příklad 6.10

Z disperzního vztahu pro slabě nelineární systémy $\omega = ck + \alpha cky$

a) určete fázovou rychlost vlny $[v_f = c + \alpha cy]$

b) sestavte vlnovou rovnici pro postupnou vlnu $\left[\frac{\partial y}{\partial t} + c\frac{\partial y}{\partial x} + \alpha cy\frac{\partial y}{\partial x} = 0\right]$

Příklad 6.11

Z disperzního vztahu pro slabě disperzní systémy $\omega = ck - dk^3$

a) určete fázovou rychlost vlny $[v_f = c - dk^2]$

b) sestavte vlnovou rovnici pro postupnou vlnu $\left[\frac{\partial y}{\partial t} + c\frac{\partial y}{\partial x} + d\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0\right]$

Příklad 6.12

Fázová rychlost mořských vln $v_f = (g\lambda/2\pi)^{1/2}$, kde g je tíhové zrychlení a λ je délka vlny. Vypočtěte grupovou rychlost vln pro $\lambda = 5$ m, tíhové zrychlení je rovno $g = 9,81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

$\left[v_g = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = 1,397\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

Příklad 6.13

Fázová rychlost kruhů na hladině kapaliny je $v_f = (2\pi\sigma/\lambda\rho)^{1/2}$, kde σ je povrchové napětí, ρ je hustota tekutiny a λ je délka vlny Vypočtěte grupovou rychlost pro $\sigma = 0,073\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$, $\rho = 1000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\lambda = 1$ cm.

$\left[v_g = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}} = 0,32\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

Příklad 6.14

Na Zemi dopadá sluneční záření. Na jeden metr čtvereční zemského povrchu dopadá prostřednictvím tohoto záření střední hodnota výkonu 1390 W. Stanovte efektivní hodnotu intenzity elektrického pole v tomto záření. Vlnový odpor vakua $Z_0 = 377\ \Omega$. $\left[\sqrt{Z_0\bar{P}} = 723,9\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}\right]$

Příklad 6.15

Na Zemi dopadá sluneční záření. Na jeden metr čtvereční zemského povrchu dopadá prostřednictvím tohoto záření střední hodnota výkonu 1390 W. Stanovte efektivní hodnotu intenzity magnetického pole v tomto záření. Vlnový odpor vakua $Z_0 = 377\ \Omega$. $\left[\sqrt{\frac{\bar{P}}{Z_0}} = 1,92\ \mathrm{A\cdot m^{-1}}\right]$

Příklad 6.16

Pozorovatel je vzdálen $r = 1,8$ m od bodového zdroje světla se středním výkonem $P_s = 250$ W. rychlost světla ve vakuu je $c = 3\cdot 10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, permeabilita vakua je rovna $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$

Stanovte

a) efektivní hodnotu intenzity elektrického pole v tomto záření $\left[E_{ef} = \sqrt{c\mu_0\frac{P_s}{4\pi r^2}} = 48,11\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}\right]$

b) efektivní hodnotu magnetické indukce v tomto záření $\left[B_{ef} = \sqrt{\frac{\mu_0}{c}\frac{P_s}{4\pi r^2}} = 160,4\cdot 10^{-9}\ \mathrm{T}\right]$

Kapitola 7

Akustika

Příklad 7.1

Cyklista jede rychlostí 5 m $\cdot$ s^{-1}. Ve stejném směru se k cyklistovi blíží automobil (zezadu) rychlostí 72 km $\cdot$ h^{-1}. Klakson v automobilu má frekvenci 1 kHz. Jakou frekvenci uslyší cyklista ? Nefouká vítr, vzduch je v klidu vzhledem k silnici. Rychlost zvuku je 340 m $\cdot$ s^{-1}. $\left[\frac{c-v}{c-u}f_0 = 1047 \text{ Hz}\right]$

Příklad 7.2

Lokomotiva jede rychlostí 72 km $\cdot$ h^{-1} k pozorovateli na kolejích. Strojvůdce zatroubí 2 sekundy (podle svých hodinek). Jak dlouho trvá zvuk pro pozorovatele? Rychlost zvuku je 320 m/s (je -17^o C). Nefouká vítr, vzduch je v klidu vzhledem ke kolejím, koleje jsou přímé. $\left[t_L\left(1-\frac{v}{c}\right) = 1,875 \text{ s}\right]$

Příklad 7.3

Masívní zvučící ladička se přibližuje po dráze kolmé ke stěně rychlostí $v = 25$ cm $\cdot$ s^{-1}. Pozorovatel slyší rázy o kmitočtu $f_r = 3$ Hz. Vypočítejte kmitočet ladičky. Rychlost zvuku při 20^o C je 344 m $\cdot$ s^{-1} $\left[f = f_r\frac{c^2-v^2}{2cv} = 2064 \text{ Hz}\right]$

Příklad 7.4

Hladina intenzity jednoho stroje v tovární hale je L_1. Vypočtěte

a) Jak se změní hladina intenzity, zapneme-li současně tři stejné stroje ? $[\Delta L = 10\log 3 = 4,8 \text{ dB}]$

b) Jak se změní hladina intenzity, jestliže z celkového počtu n strojů polovinu zastavíme ? $\left[\Delta L = 10\log\frac{1}{2} = -3 \text{ dB}\right]$

Příklad 7.5

Je známo, že akustický tlak vytvařený mohutnými raketovými motory rakety Saturn je zhruba 10^9 krát větší, než nejslabší zvuk detekovatelný lidským uchem (práh slyšení). Rakety Saturn byly používány v USA k vynášení těžkých družic. Např. Saturn 5 byla raketou pro pilotované lety na Měsíc v rámci programu Apollo. Touto raketou byla rovněž vynesena na oběžnou dráhu první americká kosmická stanice Skylab o hmotnosti zhruba 86 tun. Vypočtěte hladinu akustického tlaku L_p hluku motorů rakety Saturn. $\left[L_p = 20\log\frac{p_S}{p_0} = 180 \text{ dB}\right]$

Příklad 7.6

Generátor velmi silných zvukových vln sinového průběhu je provozován ve vodě v hloubce h =10 m. Jestliže v průběhu negativní půlvlny bude celkový tlak nulový, může dojít k vzniku kavitace (tj. vznik bublin).

vypočtěte

a) Jaká je maximální akustická intenzita, kterou můžeme používat bez rizika vzniku kavitace $\left[\frac{(p_a+\rho g h)^2}{2\rho_0 c_0} = 13257 \text{ W.m}^{-2} = 1,33 \text{ W.cm}^{-2}\right]$

b) jaká je hladina akustického tlaku, odpovídající této intenzitě, referenční tlak ve vodě je roven $p_{ref} = 1\,\mu\text{Pa}$ $\left[L_p = 20\log\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(p_a+\rho g h)}{p_{ref}} = 223 \text{ dB}\right]$

atmosférický tlak je roven p_a =101325 Pa, hustota vody je $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, rychlost šíření zvuku ve vodě je $c_0 = 1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, tíhové zrychlení je rovno $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Příklad 7.7

Určete hladinu akustického tlaku L_p pro harmonický signál s amplitudou 1 Pa.
$\left[L_p = 20\log_{10}\frac{p_0}{\sqrt{2}\cdot p_{ref}} = 90,97 \text{ dB}\right]$

Příklad 7.8

Zpíváte si komorní a (tj. a_1 s frekvencí f=440 Hz). Vytváříte při tom hladinu akustického tlaku $L_p = 80$ dB. Rychlost šíření zvuku $c = 345 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, hustota vzduchu je $\rho_0 = 1,22 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Určete

a) amplitudu akustického tlaku p_m ve zvukové vlně $\left[p_m = \sqrt{2}\cdot p_{ref}10^{\frac{L_p}{20}} = 0,28 \text{ Pa}\right]$

b) amplitudu akustické rychlosti v_m ve zvukové vlně $\left[v_m = \frac{p_m}{\rho c} = 6,65\cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right]$

c) amplitudu akustické výchylky s_m ve zvukové vlně $\left[s_m = \frac{v_m}{2\pi f} = 2,4\cdot 10^{-7} \text{ m}\right]$

Kapitola 8

Geometrická optika

Příklad 8.1

Svíčka stojí 60 cm před dutým zrcadlem. Když ji přiblížíme k zrcadlu o 10 cm, zvětší se vzdálenost obrazu od zrcadla o 80 cm. Jaká je ohnisková vzdálenost zrcadla ? $[f = \{40 \text{ cm}; 85,7 \text{ cm}\}]$

Příklad 8.2

Spojná čočka s ohniskovou vzdáleností 42 cm vyváří 3x zvětšený virtuální obraz předmětu. Nalezněte

a) polohu předmětu $\left[a = \frac{2f}{3} = 28 \text{ cm}\right]$

b) polohu obrazu $[a' = 3a = -84 \text{ cm}]$

Příklad 8.3

Na skleněnou destičku s indexem lomu $n = 1,5$ dopadá světelný paprsek. Pod jakým úhlem α dopadl, jestliže lomený paprsek svírá s odraženým paprskem úhel $\gamma = 60^o$ (nutnou součástí řešení je obrázek s chodem paprsků) $\left[\alpha = \arctan \frac{n \sin \gamma}{1 - n \cos \gamma} = 79^o 06'\right]$

Příklad 8.4

Při pokusu s dutým zrcadlem s ohniskovou vzdáleností $f = 25$ cm bylo zrcátko umístěno 60 cm od svíčky o výšce 3 cm.

urči

a) polohu obrazu $\left[a' = \frac{a \cdot f}{a - f} = 43 \text{ cm}\right]$

b) velikost obrazu $\left[y' = -\frac{a'}{a} \cdot y = -2,15 \text{ cm}\right]$

Příklad 8.5

Leštěná kovová koule Wan der Grafova generátoru, která funguje jako vypuklé zrcadlo, má průměr $d = 30$ cm. Člověk o výšce $y = 1{,}8$ m je vzdálen od koule $a = 5$ m. Urči

a) ohniskovou vzdálenost koule $\left[f = \frac{d}{4} = -7,5 \text{ cm}\right]$

b) polohu obrazu člověka $\left[a' = \frac{a \cdot f}{a - f} = -7,4 \text{ cm}\right]$

c) velikost obrazu člověka $\left[y' = -\frac{a'}{a} = 2,7 \text{ cm}\right]$

Příklad 8.6

Svíčka je od spojky s optickou mohutností φ =13,3 D vzdálena a =30 cm.
Urči

a) ohniskovou vzdálenost čočky f $\left[f = \frac{1}{D} = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}\right]$

b) v jaké vzdálenosti a' od čočky najdeme její skutečný obraz $\left[a' = \frac{f \cdot a}{a - f} = 10 \text{ cm}\right]$

c) kolikrát bude obraz svíčky zvětšený? $\left[Z = -\frac{a'}{a} = -0,33\right]$

Příklad 8.7

Rozptylka o mohutnosti $\varphi = -6D$ zobrazuje předmět vzdálený a=2 m , vysoký y=40 cm . Urči

a) ohniskovou vzdálenost čočky f $\left[f = \frac{1}{D} = -0,167 \text{ m} = -16,7 \text{ cm}\right]$

b) v jaké vzdálenosti a' od čočky najdeme obraz $\left[a' = \frac{f \cdot a}{a - f} = -15,4 \text{ cm}\right]$

c) jaká bude velikost obrazu? $\left[y' = -\frac{a'}{a} \cdot y = 3,1 \text{ cm}\right]$

Kapitola 9

Vlnová optika

Příklad 9.1

Na optickou mřížku, která má na jednom milimetru sto vrypů, dopadá kolmo rovnoběžný svazek bílého světla. Stínítko je umístěno ve vzdálenosti d =30 cm za mřížkou. Vypočítejte, v jaké vzdálenosti bude na stínítku červená a fialová barva ve spektru druhého řádu. (vlnová délka červeného světla je rovna $\lambda_c = 760$ nm, vlnová délka fialového světla je rovna $\lambda_f = 400$ nm) $\left[\dfrac{n\lambda_c d}{\sqrt{a^2 - n^2\lambda_c^2}} - \dfrac{n\lambda_f d}{\sqrt{a^2 - n^2\lambda_f^2}} = 22,1 \text{ mm}\right]$

Příklad 9.2

Optická mřížka je osvětlena kolmo rovnoběžným svazkem bílého světla. Určete, zda se může některá barva ze spektra prvního řádu překrývat s některou barvou spektra druhého řádu. Mřížková konstanta d je rovna 3 μm, $\lambda_c = 760$ nm, $\lambda_f = 400$ nm. [nelze splnit]

Příklad 9.3

Dvě rovnoběžné úzké štěrbiny jsou osvětlovány monochromatickým světlem. Na stínítku se objeví interferenční proužky. Vzdálenost stěrbin je d=0,1 mm, vzdálenost stínítka je l =0,5 m. Určete vzdálenost 1. světlého proužku od středového maxima

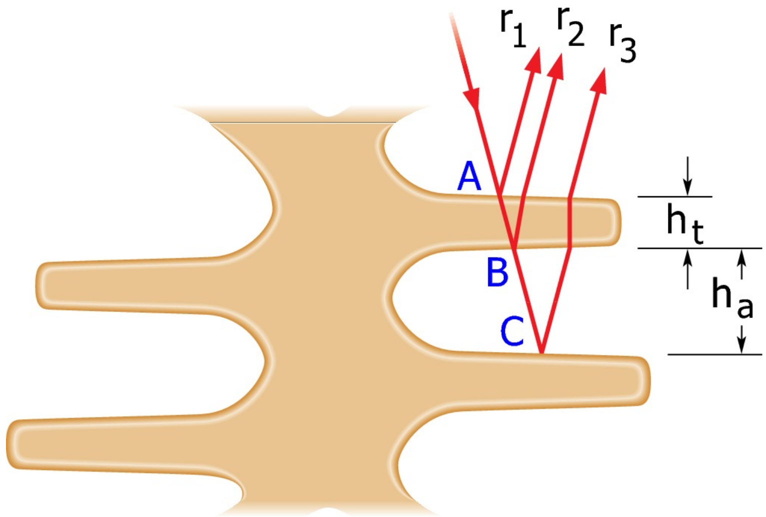
a) pro fialovou barvu λ_f=400 nm $\left[y_f = \dfrac{\lambda_f l}{d} = 2 \text{ mm}\right]$

b) pro červenou barvu λ_c=700 nm $\left[y_c = \dfrac{\lambda_c l}{d} = 3,5 \text{ mm}\right]$

Příklad 9.4

Povrch křídel motýlů z rodu Morpho je na první pohled nádherně modrozelený. Pokud změníme směr pozorování, nebo pokud se křídlo pohybuje, odstín zabarvení se mění. Vypadá to, že křídlo je barevně proměnné a modrozelené zbarvení skrývá pravou matně hnědou barvu, kterou vidíme na spodní ploše křídla. Duhové zbarvení povrchu křídel je důsledkem konstruktivní interference světla, odraženého na tenkých terasovitě uspořádaných stupních průsvitných kutikul (buněčných bran na povrchu křídel). Ty jsou rovnoběžné s povrchem křídel a rozšiřují se směrem dolů ze středové části, kolmé ke křídlu. Stupně mají index lomu $n = 1,53$ a tloušťku $h_t = 63,5$ nm. Jsou odděleny vzduchovou mezerou o tloušťce $h_a = 127$ nm. Předpokládejte kolmý dopad světelných paprsků.

Vypočítejte vlnovou délku λ, která odpovídá barvě motýlích křídel. [$\lambda = 2h_t n + 2h_a = 448$ nm]



Příklad 9.5

Vypočítejte průběh amplitudy vlny prošlé obdélníkovým otvorem o rozměrech $a \times b$ v jinak neprůhledné rovinné desce. Obraz sledujeme na stínítku ve vzdálenosti z =1 m, vlnová délka je λ =600 nm. Dopadající vlna je rovinná. $\left[\psi(x,y,z) = \frac{Cz^2\lambda^2}{\pi^2 xy} . \sin\left(\frac{\pi a x}{z\lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi b y}{z\lambda}\right)\right]$

Příklad 9.6

Na skvrnu oleje tloušťky $d = 0,2\,\mu$m vytvořené na vodě dopadá kolmo sluneční světlo. Určete vlnovou délku světla λ, která se bude po odrazu nejvíce zesilovat. Index lomu oleje je $n = 1,5$.

$\left[\lambda = \frac{4nd}{2k-1} = 400 \text{ nm}\right]$

Příklad 9.7

Mýdlová blána se při kolmém dopadu světla jevila v odraženém světle modrá. Pro modrou barvu vezměme vlnovou délku λ =450 nm. Předpokládejme, že jde o první maximum. Index lomu blány je roven $n = 1,33$. Určete tloušťku blány. $\left[d = \frac{(2k-1)\lambda}{4n} = 84{\cdot}10^{-9} \text{ m} = 84 \text{ nm}\right]$

Kapitola 10

Fotometrie

Příklad 10.1

Urči světelný tok Φ svíčky o svítivosti I =1 cd. Předpokládej, že svíčka svítí do všech stran stejně.
[$\Phi = I\Omega = 12,6$ lm]

Příklad 10.2

100 W žárovka vytváří světelný tok Φ=1300 lm.

a) Urči její svítivost I. $\left[I = \dfrac{\Phi}{4\pi} = 103,4 \text{ cd}\right]$

b) Jaké osvětlení E_0 naměříme na stole vzdáleném r =1,7 m? $\left[E_0 = \dfrac{\Phi}{4\pi r^2} = 35,8 \text{ lx}\right]$

Příklad 10.3

Projektor o světelném toku Φ=2400 lm je umístěn ve vzdálenosti r =3 m od zdi. Na zdi vytváří obdélník $a \times b$=2 x 1,5 m.

a) Urči průměrné osvětlení na zdi $\left[E_0 = \dfrac{\Phi}{S} = 800 \text{ lx}\right]$

b) Urči průměrnou svítivost na zdi $\left[I = \dfrac{\Phi}{\Omega} = 7200 \text{ cd}\right]$

Příklad 10.4

Žárovka 60 W vytváří se stínítkem lampičky světelný kužel o svítivosti I =1400 cd. Urči, v jaké vzdálenosti r od lampičky bude osvětlení dosahovat doporučené hodnoty E_0 =2000 lx.
$\left[r = \sqrt{\dfrac{I}{E_0}} = 0,84 \text{ m}\right]$

Kapitola 11

Jaderná fyzika

Příklad 11.1

Jaká je celková vazební energie jádra ^{120}Sn? Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , hmotnost protonu je $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost neutronu je $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost atomu $^{120}_{50}$Sn je $m_{Sn} = 119,902199\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg . $\left[Q = (50m_e + 50m_p + 70m_n - um_{Sn})c^2 = 1,717 \cdot 10^{-10}\ \text{J} = 1072\ \text{MeV}\right]$

Příklad 11.2

Vazebná energie $^{35}_{17}$Cl je Q=298 MeV. Vypočítejte hmotnost tohoto atomu m. Výsledek vyjádřete v kilogramech a v atomových hmotnostních jednotkách u.

Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , hmotnost protonu je $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost neutronu je $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg .

$$\left[m = 17m_e + 17m_p + 18m_n - \frac{Q}{c^2} = 5,807 \cdot 10^{-26}\ \text{kg} = 34,988\ \text{u}\right]$$

Příklad 11.3

Jaká je vazební energie jádra ^{120}Sn vztažená na jeden nukleon? Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , hmotnost protonu je $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost neutronu je $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost atomu $^{120}_{50}$Sn je $m_{Sn} = 119,902199\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg .

$\left[Q_1 = (50m_e + 50m_p + 70m_n - um_{Sn})c^2/120 = 1,431 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 8,932\ \text{MeV}\right]$

Příklad 11.4

Jaká je vazebná energie jádra ^{16}O vztažená na jeden nukleon? Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , hmotnost protonu je $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost neutronu je $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost atomu $^{16}_{8}$O je $m_O = 15,9949\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg . $\left[Q_1 = (8m_e + 8m_p + 8m_n - um_O)c^2/16 = 1,349 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 8,4\ \text{MeV}\right]$

Příklad 11.5

Spočtěte energii Q uvolněnou při α–rozpadu ^{238}U. Rozpadová reakce je $^{238}\text{U} \rightarrow {}^{234}\text{Th} + {}^{4}\text{He}$. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost atomu $^{238}_{92}$U je $m_U = 238,05079\ u$, hmotnost atomu $^{234}_{90}$Th je $m_{Th} = 234,04363\ u$, hmotnost atomu $^{4}_{2}$He je $m_{He4} = 4,00260\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg . $\left[Q = (m_U - m_{Th} - m_{He})uc^2 = 6,8 \cdot 10^{-13}\ \text{J} = 4,25\ \text{MeV}\right]$

Příklad 11.6

Spočtěte energii Q uvolněnou při β^- rozpadu ^{32}P. Rozpadová reakce je $^{32}\mathrm{P} \rightarrow {}^{32}\mathrm{S} + e^- + \nu$. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} , hmotnost atomu $^{32}_{15}$P je $m_P = 31,97391\ u$, hmotnost atomu $^{32}_{16}$S je $m_S = 31,97207\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg .

$\left[Q = (m_P - m_S)c^2 = 2,7 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J} = 1,71\ \mathrm{MeV}\right]$

Příklad 11.7

Typická štěpná reakce ^{235}U je $^{235}\mathrm{U}+\mathrm{n} \rightarrow {}^{140}\mathrm{Xe} + {}^{94}\mathrm{Sr} + 2\mathrm{n}$. Vypočítejte energii Q, která se při této reakci uvolní. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že hmotnost atomu $^{235}_{92}$U je $m_U = 235,0439\ u$, hmotnost atomu $^{140}_{54}$Xe je $m_{Xe} = 139,9216\ u$, hmotnost atomu $^{94}_{38}$Sr je $m_{Sr} = 93,9154\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C a rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

$\left[Q = [m_U - (m_{Xe} + m_{Sr} + m_n)]uc^2 = 2,96 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J} = 184,9\ \mathrm{MeV}\right]$

Příklad 11.8

Atomová bomba obsahuje m_C =95 kg uranu ^{235}U. Při jejím výbuchu se rozštěpí asi $p = 0,025$ (tj. 2,5 %) tohoto množství. Vypočítejte mohutnost bomby (tj. velikost uvolněné energie) v kilotunách TNT.

Typická štěpná reakce ^{235}U je $^{235}\mathrm{U}+\mathrm{n} \rightarrow {}^{140}\mathrm{Xe} + {}^{94}\mathrm{Sr} + 2\mathrm{n}$.

Předpokládejte, že hmotnost atomu $^{235}_{92}$U je $m_U = 235,0439\ u$, hmotnost atomu $^{140}_{54}$Xe je $m_{Xe} = 139,9216\ u$, hmotnost atomu $^{94}_{38}$Sr je $m_{Sr} = 93,9154\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} , jedna kilotuna (1000 tun) TNT uvolní energii $E_k = 2{,}6 \cdot 10^{25}$ MeV .

$$\left[\frac{m_C p}{m_U e E_k \cdot 10^6}[m_U - (m_{Xe} + m_{Sr} + m_n)]c^2 = 42,2\ \text{kilotun}\right]$$

Příklad 11.9

Základní fúzní reakce ve vodíkové bombě je $5\,{}^2\mathrm{H} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} + {}^1\mathrm{H} + 2\mathrm{n}$. Vypočítejte celkovou energii Q, která se při této reakci uvolní. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že hmotnost atomu $^1_1$H je $m_{H1} = 1,007825\ u$, hmotnost atomu $^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu $^3_2$He je $m_{He3} = 3,0160293\ u$, hmotnost atomu $^4_2$He je $m_{He4} = 4,00260\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

$\left[Q = [5m_{H2} - (m_{He3} + m_{He4} + m_{H1} + 2m_n)]uc^2 = 3,983 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J} = 24,9\ \mathrm{MeV}\right]$

Příklad 11.10

Vodíková bomba obsahuje jako palivo m =500 kg deuteria ^{2}H. Při výbuchu se fúze zúčastní $p = 30\%$ tohoto deuteria. Pro dosažení vysoké teploty a koncentrace části potřebných pro fúzi se jako roznětka používá atomová bomba se štěpným palivem ^{235}U nebo ^{239}Pu. Její geometrie je taková, že při výbuchu vzniká do středu směřující rázová vlna, která stlačuje deuterium. Základní reakce jaderné fúze je v tomto případě $5\,{}^2\mathrm{H} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} + {}^1\mathrm{H} + 2\mathrm{n}$. Vypočítejte mohutnost (tj. velikost uvolněné energie) fúzní části bomby v megatunách. Předpokládejte, že hmotnost atomu $^1_1$H je $m_{H1} = 1,007825\ u$, hmotnost atomu $^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu $^3_2$He je $m_{He3} = 3,0160293\ u$, hmotnost atomu $^4_2$He je $m_{He4} = 4,00260\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , jedna megatuna (10^6 tun) TNT uvolní energii $E_M = 2{,}6 \cdot 10^{28}$ MeV , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} .

$$\left[\frac{pm}{5m_{H2}E_M}[5m_{H2} - (m_{He3} + m_{He4} + m_{H1} + 2m_n)]c^2 = 8,60\ \text{megatun}\right]$$

Příklad 11.11

Základní řízená fúzní reakce v reaktoru ITER je ^{2}H + ^{3}H → ^{4}He + n. Vypočítejte celkovou energii Q, která se při této reakci uvolní. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že hmotnost atomu ${}^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu ${}^3_1$H je $m_{H3} = 3,0160493\ u$, hmotnost atomu ${}^4_2$He je $m_{He4} = 4,00260\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1} .

$\left[Q = [m_{H2} + m_{H3} - (m_{He4} + m_n)]uc^2 = 2,82.10^{-12} \text{ J} = 17,59 \text{ MeV}\right]$

Příklad 11.12

Vypočítejte celkovou energii Q, která se uvolní při fúzní reakci ^{2}H + ^{2}H → ^{3}He + n. Výsledek vyjádřete v joulech a v MeV. Předpokládejte, že hmotnost atomu ${}^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu ${}^3_2$He je $m_{He3} = 3,0160293\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1} .

$\left[Q = [2m_{H2} - (m_{He3} + m_n)]uc^2 = 5,24 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 3,27 \text{ MeV}\right]$

Příklad 11.13

Vypočítejte kolik dní bude svítit žárovka o výkonu P=100 W na energii, která se uvolní při fúzní reakci deuteria ^{2}H o hmotnosti m=1 g. Schéma reakce je ^{2}H + ^{2}H → ^{3}He + n. hmotnost atomu ${}^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu ${}^3_2$He je $m_{He3} = 3,0160293\ u$, hmotnost neutronu je $m_n = 1,0086649$ u , atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1} .

$$\left[n = \frac{m}{2m_{H2}P}[2m_{H2} - (m_{He3} + m_n)]c^2 = 9075 \text{ dnů}\right]$$

Příklad 11.14

V roce 1970 spotřebovalo lidstvo energii ve výši $E = 5,5.10^{13}$ kWh. Fúzní reaktor v budoucnu může produkovat energii slučováním jader deuteria na jádra hélia reakcí

$${}^2\text{D} + {}^2\text{D} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{energie}$$

Vypočítejte, kolik kilogramů deuteria je potřeba na pokrytí roční potřeby energie z roku 1970. hmotnost atomu ${}^2_1$H je $m_{H2} = 2,0141018\ u$, hmotnost atomu ${}^4_2$He je $m_{He4} = 4,00260\ u$, atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1}

$$\left[m = \frac{2m_{H2}E}{[2m_{H2} - m_{He4}]c^2} = 346125 \text{ kg}\right]$$

Příklad 11.15

Tritium ${}^3_1$H má poločas rozpadu beta $t_{1/2} = 12,5$ roku. Jaká část vzorku čistého tritia zůstane nedotčena rozpadem po čase t =25 let? $\left[k = exp\left(-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t\right) = \frac{1}{4} = 0,25\right]$

Příklad 11.16

Poločas rozpadu ${}^{24}_{11}$Na je $t_{1/2} = 15$ hodin. Jak dlouho potrvá, než se rozpadne p =93,75% vzorku tohoto izotopu? $\left[t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1 - \frac{p}{100\%}\right) = 60 \text{ hodin}\right]$

Příklad 11.17

Poločas rozpadu α pro ^{238}U je $t_{1/2} = 4,5.10^9$ let. Kolik rozpadů N nastane ve vzorku ^{238}U o hmotnosti m=1 gram za jednu sekundu? atomová hmotnostní jednotka je rovna $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg , hmotnost atomu $^{238}_{92}$U je $m_U = 238,05079\ u$. $\left[R = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \frac{m}{1000 u m_U} = 1,23 \cdot 10^4\ \mathrm{s}^{-1}\right]$

Příklad 11.18

Dřevěné uhlí z dávného ohniště o hmotnosti m=5 g má aktivitu ^{14}C rovnou r =63 rozpadů za minutu. Dřevo živého stromu o hmotnosti m_0=1 g má aktivitu ^{14}C rovnou r_0 =15,3 rozpadů za minutu. Poločas rozpadu pro ^{14}C je $t_{1/2} = 5730$ let. Jak starý je vzorek dřevěného uhlí?

$\left[t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{r m_0}{r_0 m}\right) = 1605 \text{ let}\right]$

Příklad 11.19

Jaká musí být tloušťka d ochranné vrstvy, aby odstínila 99% dopadajícího záření β, je-li polotoušťka materiálu ochranné vrstvy $D_{1/2}$=2 mm? $\left[d = -\frac{D_{1/2}}{\ln 2} \ln 0,01 = 13,29 \text{ mm}\right]$