1.5. Dynamika soustavy hmotných bodů

První věta impulsová:

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \vec{F},$$

kde m_i, $\vec{v}_i$ jsou hmotnost a vektor rychlosti i-tého bodu soustavy n hmotných bodů. Tedy: Časová změna celkové hybnosti $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$ soustavy hmotných bodů je rovna výslednici vnějších sil $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ na soustavu působících ($\vec{F}_i$ je vnější síla, která působí na i-tý bod).

Pro izolovanou soustavu, kdy $\vec{F} = 0$, pak platí

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \overrightarrow{konst}$$

a tedy celková hybnost izolované soustavy je konstantní - zákon zachování hybnosti izolované soustavy.

Střed hmotnosti soustavy je definován polohovým vektorem

$$\vec{r}_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i,$$

kde m_i, $\vec{r}_i$ jsou hmotnost a polohový vektor i-tého bodu soustavy, $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ je celková hmotnost soustavy.

Derivováním tohoto vztahu podle času dostáváme:

$$\vec{p} = m\vec{v}_s,$$

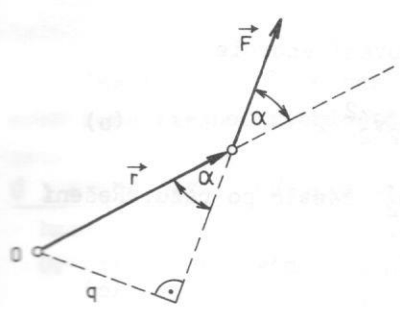
kde $\vec{v}_s$ je vektor rychlosti středu hmotnosti; tedy celková hybnost soustavy hmotných bodů je také rovna součinu celkové hmotnosti soustavy a rychlosti pohybu středu hmotnosti soustavy.

Dalším derivováním dostaneme pohybovou rovnici středu hmotnosti:

$$m\frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{F};$$

střed hmotnosti soustavy se tedy pohybuje tak, jako by v něm byla soustředěna celá hmotnost soustavy a působila na něj výslednice vnějších sil.

Moment síly charakterizuje otáčivý účinek síly $\vec{F}$ vzhledem k tzv. momentovému bodu O.



Vektor momentu síly je definován

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \qquad [M] = N.m = kg.m^2.s^{-2},$$

kde $\vec{r}$ je polohový vektor působiště síly vzhledem k momentovému bodu. Jeho velikost je

$$M = F\,r\sin\alpha = Fq,$$

kde q je rameno síly, tj. vzdálenost vektorové přímky síly od momentového bodu O.

Moment hybnosti vzhledem k vztažnému (momentovému) bodu O je definován:

$$\vec{b} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}, \qquad [b] = kg.m^2.s^{-1}.$$

Druhá věta impulsová:

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i \times m_i\,\vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i \times \vec{F}_i)\,,$$

kde m_i, $\vec{v}_i$, $\vec{r}_i$ jsou hmotnost, vektor rychlosti a polohový vektor i-tého bodu soustavy n hmotných bodů, $\vec{F}_i$ je síla působící na i-tý bod soustavy.

Tedy: Časová změna celkového momentu hybnosti $\vec{b} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i \times m_i\,\vec{v}_i)$ soustavy se rovná výslednému momentu $\vec{M} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i \times \vec{F}_i)$ vnějších sil.

Pro izolovanou soustavu je $\vec{M} = 0$; pak platí

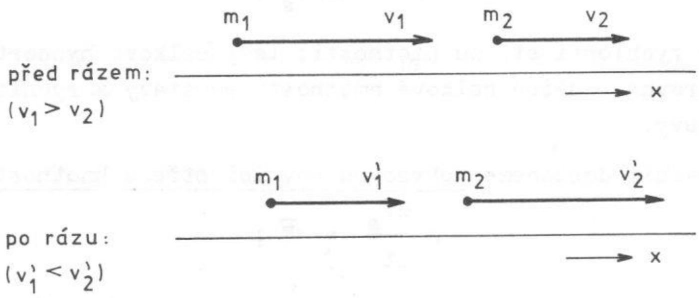
$$\frac{d\vec{b}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{b} = \overrightarrow{konst.}$$

a tedy celkový moment hybnosti izolované soustavy je konstantní - zákon zachování momentu hybnosti izolované soustavy.

Ú l o h a 81 : Vyšetřete relativní rychlost, kterou mají po dokonale pružném rázu dvě částice o hmotnostech m_1, m_2, pohybující se podél osy x před rázem rychlostmi v_1, v_2.
Dále určete jejich rychlosti v_1', v_2' po rázu pro následující podmínky:

a) $m_1 = m_2$; b) $m_1 \neq m_2$, $v_2 = 0$; c) $m_1 = m_2$; $v_2 = 0$;
d) $m_1 \gg m_2$, $v_2 = 0$; e) $m_1 \ll m_2$, $v_2 = 0$.

Řešení:



Rychlost kterékoli částice považujeme za kladnou, jestliže se pohybuje kladným směrem osy x a považujeme za zápornou, když se pohybuje v záporném směru osy x .
Zákon zachování hybnosti soustavy dává

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \,. \qquad \text{(a)}$$

Pro dokonale pružný ráz můžeme také napsat zákon zachování energie

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \,. \qquad \text{(b)}$$

Tím máme dvě rovnice pro dvě neznámé rychlosti v_1', v_2' částic po rázu. Řešení vede k následujícímu závěru:

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \,, \qquad \text{(c)}$$

tj. relativní rychlost po rázu se rovná relativní rychlosti před rázem.

a) Pro $m_1 = m_2$ zákon zachování hybnosti má podobu

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2' . \qquad (d)$$

Sečteme-li a odečteme-li rovnice (c), (d), dostáváme výsledek:

$$v_1' = v_2 ,$$
$$v_2' = v_1 ,$$

tj. částice si vzájemně vyměnily rychlosti.

Jestliže částice $m_2 = m_1$ je v klidu před rázem, tj. $v_2 = 0$, pak

$$v_1' = 0 ,$$
$$v_2' = v_1 .$$

b) Pro $m_1 \neq m_2$, $v_2 = 0$ zákon zachování hybnosti má podobu

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2' ,$$

a rovnice (c) má podobu

$$v_1 = v_2' - v_1' .$$

Řešení těchto rovnic je

$$v_2' = v_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} ,$$

$$v_1' = v_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} .$$

c) Bude-li nyní $m_1 = m_2$, $v_2 = 0$, pak

$$v_2' = v_1 ,$$
$$v_1' = 0 .$$

d) Pro $m_1 >> m_2$, $v_2 = 0$, pak

$$v_2' \approx 2v_1 ,$$
$$v_1' \approx v_1 .$$

Rychlost částice m_1 se prakticky nezměnila, rychlost částice m_2, která byla v klidu, je po rázu rovna dvojnásobku rychlosti částice m_1.

e) Pro $m_1 \ll m_2$, $v_2 = 0$, pak

$$v_2' \approx 0 ,$$
$$v_1' \approx - v_1 .$$

Částice m_2 i po rázu zůstává prakticky v klidu, částice m_1 se pohybuje po rázu stejnou rychlostí v opačném směru (odrazí se).

Ú l o h a 82 : Vagón hmotnosti m_1, jedoucí rychlostí v_1, narazí na jiný vagón o hmotnosti m_2, jedoucí stejným směrem rychlostí $v_2 < v_1$. Nárazem se oba spojily. Určete: a) společnou rychlost v jejich pohybu po nárazu;

b) poměr hmotností $\frac{m_1}{m_2}$, aby pro jejich společnou rychlost platil vztah $v = \frac{1}{k}(v_1 + v_2)$, kde k je dané číslo.

Řešení: a) Zákon zachování hybnosti: $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$; odtud

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} .$$

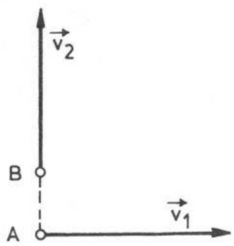
b) Z podmínky $\frac{1}{k}(v_1 + v_2) = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ dostáváme pro poměr hmotností podmínku

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2(k - 1) - v_1}{v_2 - (k - 1)v_1} .$$

Úloha 83 : Uvažujme soustavu dvou hmotných bodů A, B o hmotnostech m_1, m_2, které se vzájemně přitahují. Na počátku má bod B rychlost $\vec{v}_2$ ve směru spojnice obou bodů a bod A má rychlost $\vec{v}_1$ kolmou na tuto spojnici. Určete rychlost středu hmotnosti soustavy.

Řešení: Pro izolovanou soustavu se hybnost soustavy zachovává:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{konst.}$$



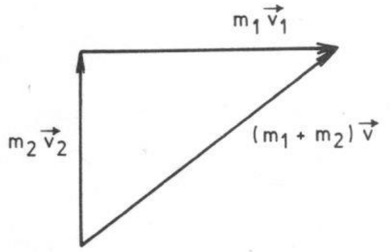
Celková hybnost soustavy je také rovna hybnosti středu hmotnosti soustavy; označíme-li $\vec{v}$ jeho rychlost, potom můžeme psát:

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

a tedy

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} .$$

Graficky můžeme tento výsledek vyjádřit:



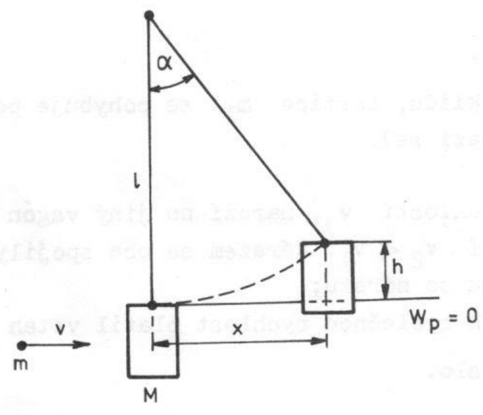
Pak ovšem platí:

$$(m_1 + m_2)^2v^2 = m_1^2v_1^2 + m_2^2v_2^2$$

nebo

$$v = \sqrt{\frac{m_1^2v_1^2 + m_2^2v_2^2}{(m_1 + m_2)^2}} .$$

Úloha 84 : Z výchylky balistického kyvadla určete rychlost střely (m - hmotnost střely, M - hmotnost balistického kyvadla, ℓ - délka závěsu).



Řešení: Označme v neznámou rychlost střely, V rychlost se kterou se začnou obě tělesa (kyvadlo + střela) pohybovat společně po vniknutí střely do kyvadla.

Pro tyto dvě neznámé můžeme ze zákona zachování hybnosti a zákona zachování energie napsat dvě rovnice:

$$m v = (m + M)V ,$$

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh .$$

Z obrázku plyne, že $h = \ell(1 - \cos\alpha) = 2\ell\sin^2\frac{\alpha}{2}$. Ze soustavy rovnic dostaneme pro neznámou rychlost střely výraz

$$v = \frac{m + M}{m} 2\sqrt{g\ell} \sin\frac{\alpha}{2} .$$

Poznámka: Jelikož se jedná o dokonale nepružný ráz, nelze zákon zachování energie psát ve tvaru

$$\frac{1}{2} mv^2 = (m + M) gh ,$$

neboť část energie střely se spotřebovala na deformaci.

Někdy se také měří místo úhlu α vzdálenost x . Potom je

$$h = \ell - \sqrt{\ell^2 - x^2} ,$$

pro $x \ll \ell$ je

$$h \doteq \frac{x^2}{2\ell}$$

a tedy

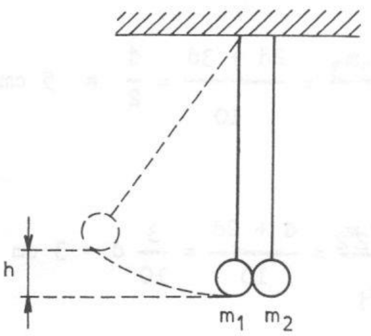
$$v = \frac{m + M}{m} x \sqrt{\frac{g}{\ell}} .$$

Úloha 85 : Dvě koule o hmotnostech m_1, m_2, přičemž $m_1 = 2m_2$, jsou zavěšeny ve stejné výšce a vzájemně se dotýkají. Kouli s vyšší hmotností vychýlíme do výšky h a pustíme.

Vyšetřete, jaké výšky dosáhnou obě koule po rázu, který považujeme za dokonale pružný.

Řešení: Označme:

v - rychlost koule m_1 před rázem,
v_1 - rychlost koule m_1 po rázu,
v_2 - rychlost koule m_2 po rázu.



Potom:

a) Zákon zachování hybnosti soustavy má tvar

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 v = m_1 v_1 + \frac{m_1}{2} v_2$$

a tedy

$$v = v_1 + \frac{v_2}{2} . \qquad \text{(a)}$$

b) Zákon zachování energie soustavy má tvar

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

a tedy

$$v^2 = v_1^2 + \frac{v_2^2}{2} .$$

Rychlost $\underline{v}$ určíme ze zákona zachování mechanické energie pro kouli m_1 :

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh .$$

Dostáváme tak dvě rovnice pro neznámé v_1, v_2:

$$\left. \begin{aligned} \left(v_1 + \frac{v_2}{2}\right)^2 &= 2gh \\ v_1^2 + \frac{v_2^2}{2} &= 2gh \end{aligned} \right. \Rightarrow \left(v_1 + \frac{v_2}{2}\right)^2 = v_1^2 + \frac{v_2^2}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{v_2}{4} .$$

Z rovnice (a) je pak $v = \frac{3}{4} v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} v$ a $v_1 = \frac{1}{3} v$.

Pro výšky obou koulí po rázu musí platit:

$$m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad ; \quad m_2 g h_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$g h_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{9} v^2 \quad ; \quad g h_2 = \frac{1}{2}\frac{16}{9} v^2$$

$$g h_1 = \frac{1}{18} 2gh \quad ; \quad g h_2 = \frac{16}{18} 2gh$$

$$h_1 = \frac{1}{9} h \quad ; \quad h_2 = \frac{16}{9} h$$

Ú l o h a 86 : Určete polohu středu hmotnosti soustavy čtyř hmotných bodů o hmotnostech $m_1 = 1$ g, $m_2 = 2$ g, $m_3 = 3$ g, $m_4 = 4$ g pro případ, kdy hmotné body leží:

a) v jedné přímce,

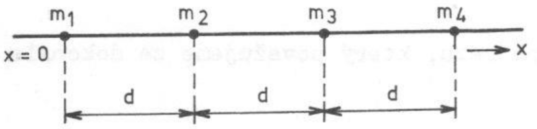
b) ve vrcholech čtverce,

c) ve čtyřech sousedních vrcholech krychle.

Ve všech případech jsou vzdálenosti mezi sousedními kuličkami d = 10 cm.

Řešení:

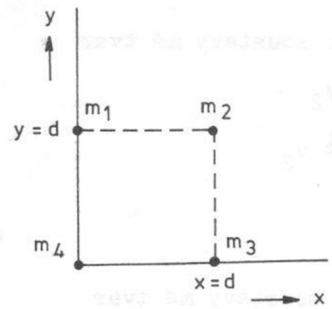
a)



$$x_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = 2d = 20 \text{ cm}$$

$x_1 = 0,\ x_2 = d,\ x_3 = 2d,\ x_4 = 3d$ $\qquad$ $y_o = 0\ ,\ z_o = 0\ .$

b)

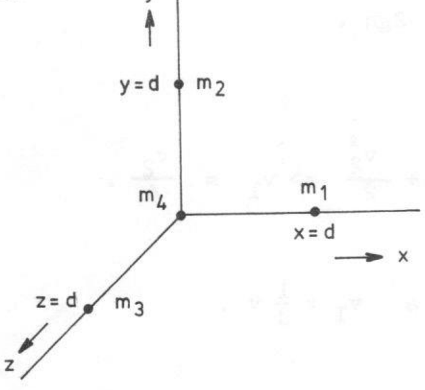


$$x_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{x_2 m_2 + x_3 m_3}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{2d + 3d}{10} = \frac{d}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$y_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} y_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{d + 2d}{10} = \frac{3}{10} d = 3 \text{ cm}$$

$x_1 = 0,\ x_2 = d,\ x_3 = d,\ x_4 = 0$ $\qquad$ $y_1 = d,\ y_2 = d,\ y_3 = 0,\ y_4 = 0$

c)



$$x_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{x_1 m_1}{10} = \frac{d}{10} = 1 \text{ cm},$$

$$y_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} y_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{y_2 m_2}{10} = \frac{2d}{10} = 2 \text{ cm},$$

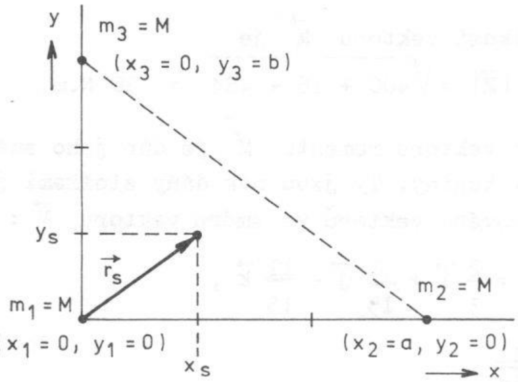
$$z_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} z_i m_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{z_3 m_3}{10} = \frac{3d}{10} = 3 \text{ cm}.$$

$$x_1 = d,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0,\ x_4 = 0, \qquad y_1 = 0,\ y_2 = d,\ y_3 = 0,\ y_4 = 0,$$

$$z_1 = 0,\ z_2 = 0,\ z_3 = d,\ z_4 = 0.$$

Ú l o h a 87 : Tři hmotné body m_1, m_2, m_3 stejné hmotnosti M jsou umístěny v rozích pravoúhlého trojúhelníka, jehož odvěsny mají délky a, b. Nalezněte střed hmotnosti této soustavy hmotných bodů.

Řešení: Celková hmotnost soustavy $m = 3M$.



$$x_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{3} m_i x_i = \frac{1}{3M}(m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3) = \frac{1}{3M} Ma = \frac{a}{3};$$

$$y_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{3} m_i y_i = \frac{1}{3M}(m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3) = \frac{1}{3M} Mb = \frac{b}{3}.$$

Ú l o h a 88 : Je dána soustava tří hmotných bodů $m_1 = 5.10^{-3}$ kg, $m_2 = 10^{-2}$ kg, $m_3 = 15.10^{-3}$ kg. V čase $t = 0$ se nacházejí v polohách daných polohovými vektory $\vec{r}_1 = (3;\ 4;\ 5)$, $\vec{r}_2 = (-\ 2;\ 4;\ -\ 6)$, $\vec{r}_3 = (0;\ 0;\ 0)$, kde souřadnice jsou zadány v cm. Na soustavu začnou působit v čase $t = 0$ vnější síly, jejichž výslednice je $\vec{F} = (F_x,\ 0,\ 0)$, kde $F_x = 5.10^{-2}$ N; účinkem těchto vnějších sil se hmotné body dají do pohybu.
Určete polohu středu hmotnosti soustavy v čase $t = 2$ s.

Řešení: Pro souřadnice středu hmotnosti soustavy v čase $t = 0$ platí:

$$x_s(0) = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = -\frac{1}{6}\ \text{cm} \doteq -0{,}17\ \text{cm}$$

$$y_s(0) = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 2\ \text{cm}$$

$$z_s(0) = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3} \doteq -1{,}17\ \text{cm}$$

Zrychlení pohybu středu hmotnosti soustavy je dáno podle věty o pohybu středu hmotnosti:

$$(a_s)_x = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} \doteq 1{,}67\ \text{m.s}^{-2}.$$

Jeho poloha v čase $t = 2$ s je tedy:

$$x_s(2) = x_s(0) + \frac{1}{2}(a_s)_x t^2 \doteq 333{,}8\ \text{cm},$$

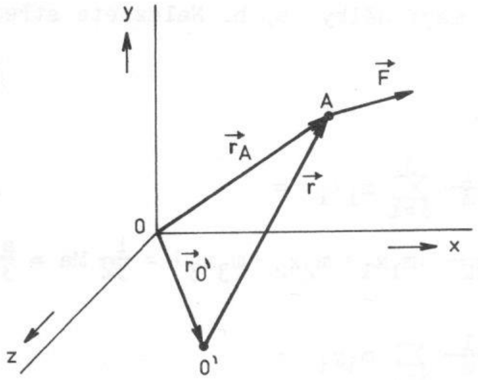
$$y_s(2) = y_s(0),$$

$$z_s(2) = z_s(0).$$

Ú l o h a 89 : V bodě $A = [5; 7; 6]$ působí síla $\vec{F} = 3\vec{i} + 7\vec{j} + 4\vec{k}$ (soustava SI). Určete moment síly ke vztažnému bodu $O' = [3; -5; 2]$, jeho velikost a směr.

Řešení: Polohový vektor působiště síly vzhledem k vztažnému bodu O' je

$$\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_{O'} = 2\vec{i} + 12\vec{j} + 4\vec{k}.$$



Moment síly $\vec{F}$ vzhledem k bodu O' je pak

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 12 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{vmatrix} = 20\vec{i} + 4\vec{j} - 22\vec{k}.$$

Velikost vektoru $\vec{M}$ je

$$M = |\vec{M}| = \sqrt{400 + 16 + 484} = 30 \text{ N.m}.$$

Směr vektoru momentu $\vec{M}$ je dán jeho směrovými kosiny. Ty jsou pak dány složkami jednotkového vektoru ve směru vektoru $\vec{M}$:

$$\vec{M}^o = \frac{\vec{M}}{|\vec{M}|} = \frac{20}{30}\vec{i} + \frac{4}{30}\vec{j} - \frac{22}{30}\vec{k} = \frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{15}\vec{j} - \frac{11}{15}\vec{k};$$

tedy: $\cos\alpha = \frac{2}{3}$; $\cos\beta = \frac{2}{15}$; $\cos\gamma = -\frac{11}{15}$.

Ú l o h a 90 : Na jednom konci homogenní desky, která spočívá na dokonale hladké horizontální rovině, stojí člověk, který přejde desku k jejímu druhému konci s konstantní relativní rychlostí u. Určete absolutní rychlosti člověka v_1 a desky v_2, jsou-li jejich hmotnosti m_1 a m_2.

$$v_2 = -\frac{m_1 u}{m_1 + m_2},$$

$$v_1 = u + v_2 = \frac{m_2 u}{m_1 + m_2}$$

Ú l o h a 91 : Dvě loďky plují na klidné (neproudící) vodě proti sobě rovnoběžným směrem. Když se míjejí, vymění si vzájemně stejně těžký pytel hmotnosti $M = 50$ kg. Následkem toho se druhá loďka zastaví a první se pohybuje dále v původním směru rychlostí $u_1 = 8{,}5 \text{ m.s}^{-1}$. Stanovte rychlosti v_1 a v_2 loděk před tím, než si vyměnily pytle. Hmotnosti loděk i s pytlem jsou $m_1 = 1000$ kg, $m_2 = 500$ kg.

Zvolíme-li za kladný směr, kterým se pohybuje první loďka, dostaneme

$$v_2 = -\frac{m_1 M u_1}{m_1 m_2 - M(m_1 + m_2)} = -1 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_1 = \frac{m_1 u_1 - m_2 v_2}{m_1} = 9 \text{ m.s}^{-1}$$

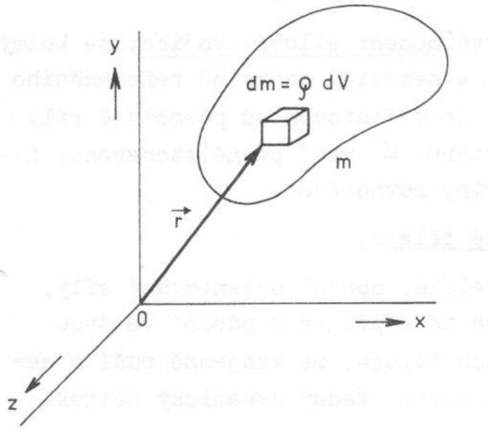
Ú l o h a 92 : Určete, jakou rychlostí se začne pohybovat střelec, stojící na velmi hladkém ledě, po výstřelu z pušky. Hmotnost střelce s puškou je $m = 75$ kg, hmotnost střely je $m_1 = 10$ g, počáteční rychlost střely je $v_1 = 750\ m.s^{-1}$.

$$\left[\quad v = \frac{m_1 v_1}{m} = 0{,}1\ m.s^{-1} \quad\right]$$

Ú l o h a 93 : Určete vzdálenost, o kterou se přemístí loďka délky $d = 2{,}5$ m a hmotnosti $m_1 = 100$ kg stojící na vodě, přejde-li člověk hmotnosti $m = 70$ kg ze zádi na příď lodi (odpor vody zanedbejte).

$$\left[\quad x = \frac{m}{m + m_1}\, d \doteq 1{,}03\ m \quad\right]$$

1.6. Dynamika tuhého tělesa



Představa tělesa složeného z malých elementů objemu dV. Hmotnost tohoto elementu je

$$dm = \rho\, dV ,$$

kde $\rho = \rho(\vec{r})$ je hustota tělesa v bodě o polohovém vektoru $\vec{r}$, ve kterém jsme zvolili tento element. $[\rho] = kg.m^{-3}$.

Celková hmotnost tělesa je dána součtem hmotností všech elementů

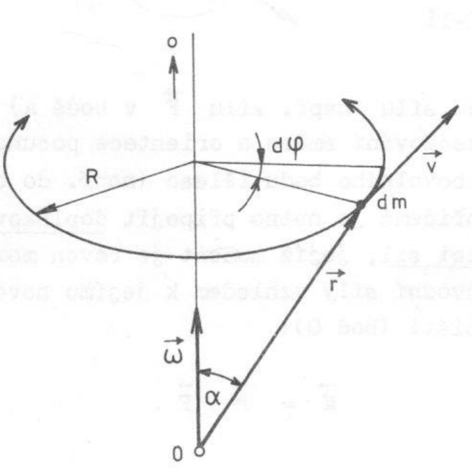
$$m = \iiint\limits_{(V)} \rho(\vec{r})\, dV .$$

Těleso, jehož tvar se nemění působením vnějších sil (tedy nedochází k jeho deformaci) se považuje za tuhé těleso.

Translace (posuvný pohyb) tuhého tělesa: libovolná přímka pevně spojené s tělesem zachovává v prostoru stále svůj směr; v každém okamžiku pohybu mají všechny body tělesa stejnou okamžitou rychlost.

Rotační pohyb tuhého tělesa:

a) Kolem pevné osy: body tělesa ležící na ose rotace zůstávají v klidu. Každý jiný bod tělesa se pohybuje po kružnici, která leží v rovině proložené uvažovaným bodem kolmo na osu rotace a jejíž střed leží na ose rotace.



Obvodová rychlost bodu tělesa závisí na jeho vzdálenosti od osy rotace. Úhlová rychlost je pro všechny body tělesa stejná a určuje úhlovou rychlost tělesa.

Vektor úhlové rychlosti leží v ose rotace. Vektor rychlosti $\vec{v}$ kteréhokoliv bodu rotujícího tělesa pro případ, že osa rotace prochází počátkem souřadnicového systému, je dán vztahem

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} .$$