2.2 Dynamika hmotného bodu

Dynamika odpovídá na otázky, co způsobuje pohyb a jaký druh pohybu je důsledkem určité příčiny při pohybu působící.

Ze zkušenosti máme ověřeno, že změny v pohybu těles vznikají vždy v důsledku vzájemné interakce hmotných objektů; Pro jednoduchou charakteristiku interakcí je zavedena fyzikální veličina **síla**. Při vzájemné interakci hmotných objektů říkáme, že působí síla.

Základem dynamiky jsou tři Newtonovy pohybové zákony.

2.2.1 Newtonovy pohybové zákony

První pohybový zákon - zákon setrvačnosti:
Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud není přinuceno tento stav změnit působením jiného tělesa.

Souřadnicové soustavy, v nichž platí zákon setrvačnosti, nazýváme **inerciální** (setrvačnost je latinsky inertia) a systémy, v nichž neplatí, jsou neinerciální. Například systém svázaný s kupé vlaku projíždějícího zatáčkou je neinerciální. Systém souřadnic spojený pevně se Zemí je pro řešení mnoha praktických úloh velmi výhodný. Avšak ani tento systém není v důsledku rotace Země přesně inerciální. Pro řešení řady praktických úloh můžeme neinerciálnost zanedbat a považovat systém svázaný se Zemí za inerciální.

Velmi dokonalý inerciální souřadnicový systém můžeme vytvořit tak, že jeho osy určíme stálicemi na nebeské sféře. Všechny souřadnicové systémy, které se vzhledem k inerciálnímu systému pohybují translačním rovnoměrným přímočarým pohybem, jsou zřejmě také inerciální. Pohyb hmotného bodu v neinerciálních soustavách vyložíme ve zvláštní kapitole.

Druhý pohybový zákon - zákon síly:
Zrychlení pohybu tělesa (hmotného bodu) je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné jeho hmotnosti.

V soustavě SI (ale i ve starších soustavách jednotek) je volena jednotka síly tak, abychom mohli zákon síly pro konstantní hmotnost m vyjádřit v jednoduchém tvaru

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}. \tag{2.2.1}$$

Hmotnost m je mírou setrvačnosti hmnotného bodu a v mezích klasické mechaniky ($v << c$) nezávisí na rychlosti pohybu. Je základní veličinou soustavy SI a její jednotka je

$$[m] = \text{kg}.$$

Jednotkou síly je *1 newton*, jehož rozměr je podle 2. Newtonova zákona

$$[F] = N = \text{kg m s}^{-2}$$

Dosadíme-li do (2.2.1) za zrychlení časovou derivaci rychlosti a zavedeme-li **hybnost hmotného bodu**

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$

s jednotkou

$$[p] = \text{kg m s}^{-1},$$

můžeme pro $m = konst.$ vyjádřit sílu

$$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a} = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\,\boldsymbol{v}) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}\,.$$

Tato rovnice vyjadřuje **2. Newtonův zákon** ve tvaru, který původně uvedl Newton

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}\,, \qquad (2.2.2)$$

tj. **časová změna hybnosti hmotného bodu (derivace hybnosti podle času) je rovna síle, která na hmotný bod působí.**

Tato formulace platí i v případě, že hmotnost závisí na rychlosti (tj. pro rychlost v, která není zanedbatelná vzhledem k rychlosti světla c).

Časový integrál síly v intervalu (t_1, t_2)

$$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t$$

vyjadřuje impuls síly $\boldsymbol{I}$, který charakterizuje časový účinek síly. Jednotkou je

$$[I] = \mathrm{N\,s} = \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}\,.$$

Podle (2.2.2) je

$$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1\,, \qquad (2.2.3)$$

tj. impuls síly způsobí přírůstek hybnosti

$$\Delta p = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1\,.$$

Je-li $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{konst.}$ a $m = konst.$, můžeme vztah mezi impulsem síly a přírůstkem hybnosti napsat ve tvaru

$$\boldsymbol{F}\,\Delta t = m\,\Delta\boldsymbol{v}\,.$$

Působí-li na hmotný bod více sil, pak výsledná síla je jejich vektorovým součtem

$$\boldsymbol{F} = \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{F}_k \qquad (2.2.4)$$

a výsledný impuls je vektorovým součtem impulsů všech jednotlivých sil

$$\boldsymbol{I} = \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{I}_k \qquad (2.2.5)$$

Třetí pohybový zákon - zákon akce a reakce:

Působí-li jedno těleso na druhé silou $\boldsymbol{F}$, působí druhé na první silou $\boldsymbol{F}'$, která je stejně velká a má opačný směr, tj.

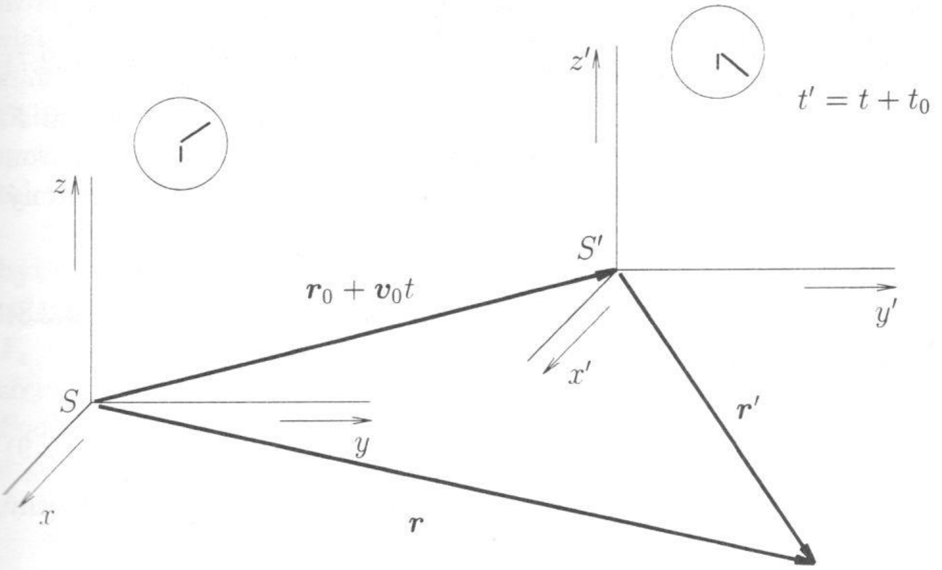
$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}'\,. \qquad (2.2.6)$$

Obě síly současně vznikají a současně zanikají.

Všechny tři Newtonovy pohybové zákony platí pouze v inerciální soustavě.

2.2.2 Galileiho transformace

Odvodíme transformační vztahy mezi dvěma inerciálními systémy a ukážeme některé důsledky. Uvažujme dva inerciální systémy $S(\boldsymbol{r}, t)$ a $S'(\boldsymbol{r}', t')$ (obr. 2.2.1). Nechť se počátek systému S'



Obrázek 2.2.1

pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{konst.}$ vůči systému S a nechť v čase $t = 0$ je $t' = t_o$ a $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}_o$. Potom rovnice

$$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_o - \boldsymbol{v}_o t\,.$$

$$t' = t + t_o$$

vyjadřují transformační vztahy mezi dvěma inerciálními systémy (v klasické, nerelativistické fyzice). Nazývají se **transformace Galileiho**.

Transformaci rychlosti $\boldsymbol{v}$ lze provést podle předpisu

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_o - \boldsymbol{v}_o t) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_o$$

Zrychlení

$$\boldsymbol{a}' = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_o) = \boldsymbol{a}$$

je ve všech inerciálních systémech stejné. Stejné jsou tedy i síly

$$\boldsymbol{F}' = m\,\boldsymbol{a}' = m\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}\,.$$

Newtonovy zákony dynamiky mají tedy ve všech inerciálních systémech stejný tvar zápisu: říkáme, že jsou **invariantní** vůči Galileiho transformaci. Protože Newtonovy zákony jsou základem celé klasické mechaniky, jsou všechny zákony klasické mechaniky invariantní vůči Galileiho transformaci a mají ve všech inerciálních systémech stejný tvar.

2.2.3 Setrvačná síla

Je-li výslednice všech sil působících na hmotný bod nenulová, způsobí zrychlený pohyb hmotného bodu podle rovnice (2.2.1) $\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$. Anulujme tuto rovnici a omezme se zatím v dalších úvahách na inerciální systém souřadnic. Dostaneme

$$\boldsymbol{F} - m\,\boldsymbol{a} = 0\,. \tag{2.2.7}$$

Výraz $-m\,\boldsymbol{a}$ má charakter síly. Tato rovnice pak říká, že se součet výslednice vnějších sil $\boldsymbol{F}$ a síly $-m\,\boldsymbol{a}$ rovná nule. Síla $-m\,\boldsymbol{a}$ je způsobena setrvačnými vlastnostmi hmoty (hmota svou setrvačností odporuje změně stavu pohybu) a nazýváme ji **setrvačná síla**, nebo **setrvačný odpor** a značíme ji

$$\boldsymbol{F}_s = -m\,\boldsymbol{a} \tag{2.2.8}$$

Dosadíme-li výraz pro setrvačnou sílu do rovnice (2.2.7), dostaneme

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_s = 0\,. \tag{2.2.9}$$

To znamená, že setrvačná síla má stejnou velikost jako výslednice sil působících na hmotný bod, ale opačný směr.

Z rovnice (2.2.9) plyne tzv.**d'Alembertův princip**:
Součet výslednice vnějších sil a síly setrvačné se v každém okamžiku rovná nule.
To znamená, že setrvačná síla je vždy v rovnováze s výslednicí vnějších sil. Abychom vyšetřili síly, které působí na hmotný bod při křivočarém pohybu, rozložíme výslednici vnějších sil podobně jako zrychlení do směru rychlosti pohybu a do směru hlavní normály k trajektorii. Pro tečné a normálové zrychlení užijeme obvyklých značek $\boldsymbol{a}_\tau$ a $\boldsymbol{a}_n$, tečnou sílu označíme $\boldsymbol{F}_u$ (urychlující síla), normálovou sílu $\boldsymbol{F}_d$ (dostředivá síla). Rovnici (2.2.7) lze rozložit na dvojici rovnic

$$\boldsymbol{F}_u = m\,\boldsymbol{a}_\tau \tag{2.2.10}$$

$$\boldsymbol{F}_d = m\,\boldsymbol{a}_n \tag{2.2.11}$$

Tečné zrychlení ovlivňuje jen velikost rychlosti a nemá vliv na směr pohybu. Proto tečná síla $\boldsymbol{F}_\tau$ neovlivňuje směr pohybu.

Sílu $\boldsymbol{F}_d$ v rovnici (2.2.11) nazýváme **dostředivou** silou, protože směřuje do středu křivosti trajektorie podobně jako dostředivé zrychlení. Ovlivňuje pouze směr pohybu a velikost rychlosti nemění. Dosadíme-li za dostředivé zrychlení (2.1.30), dostaneme

$$\boldsymbol{F}_d = \frac{m\,v^2}{R}\,\boldsymbol{n}^o\,, \tag{2.2.12}$$

kde v je velikost rychlosti pohybu hmotného bodu, R je poloměr křivosti trajektorie a $\boldsymbol{n}^o$ jednotkový vektor ve směru hlavní normály orientovaný ke středu křivosti trajektorie. Anulujeme-li rovnici (2.2.12), obdržíme rovnici

$$\boldsymbol{F}_d - \frac{m\,v^2}{R}\,\boldsymbol{n}^o = 0\,.$$

Člen $-(m\,v^2/R)\,\boldsymbol{n}^o$ představuje setrvačnou sílu hmotného bodu způsobenou zakřivováním jeho trajektorie. Nazývá se **odstředivá síla** a označíme ji

$$\boldsymbol{F}_o = -\frac{m\,v^2}{R}\,\boldsymbol{n}^o\,. \qquad (2.2.13)$$

Odstředivá síla má tedy v inerciálním souřadnicovém systému charakter síly setrvačné. V neinerciálním systému má však tato síla charakter síly vnější, jak ukážeme na příkladě: Jede-li vlak do zatáčky, působí na všechny předměty v něm odstředivá síla, která se pozorovateli ve vlaku jeví jako vnější síla. Odstředivá síla vlaku namáhá železniční kolejnice v zatáčce bočním tlakem (vyvrací je ze zatáčky ven). Kromě toho je nebezpečí převrhnutí vlaku při velkých rychlostech a malých poloměrech zatáček. Proto nakláníme rovinu kolejnic dovnitř zatáčky tak, aby výslednice tíhové a odstředivé síly směřovala kolmo k rovině kolejnic.

Staňme se pro změnu pozorovateli v **neinerciální soustavě**. Nechť se tato soustava **pohybuje vůči inerciálním se zrychlením** $+\boldsymbol{a}_o$. Je zřejmé, že se v něm **všechna volná tělesa pohybují zrychlením** $-\boldsymbol{a}_o$. Na všechna tato tělesa působí **zdánlivá (fiktivní) síla** $\boldsymbol{F}_z = -m\,\boldsymbol{a}_o$. Není reálnou silou, nevztahuje se k žádným konkrétním tělesům a není k ní zřejmá reakce. Souvisí se setrvačností. (*Vysvětlení navrhl v r. 1883 fyzik a filozof Ernst Mach. Podle něho jsou setrvačné vlastnosti způsobené nerovnoměrným pohybem těles vůči hvězdám a galaxiím. Vesmír dovolí tělesům pohybovat se rovnoměrně přímočaře "beztrestně" a při změně rychlosti je prostřednictvím setrvačnosti "nabádá k poslušnosti".*)

Tvar druhého pohybového zákona $\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$ pro inerciální soustavu lze použít i v neinerciální soustavě, pokud k výslednici reálných sil $\boldsymbol{F}$ přidáme zdánlivou sílu $\boldsymbol{F}_z = -m\,\boldsymbol{a}_o$

$$\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F} - m\,\boldsymbol{a}_o = m\,\boldsymbol{a}'_o\,.$$

kde $\boldsymbol{F}'$ a $\boldsymbol{a}'$ náleží hmotnému bodu v neinerciální soustavě. Dosadíme-li za $\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$, je

$$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{a}_o\,.$$

2.2.4 Pohybová rovnice

Druhý Newtonův pohybový zákon

$$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a} = m\,\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

představuje diferenciální rovnici druhého řádu

$$\boldsymbol{F} - m\,\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = 0\,. \qquad (2.2.14)$$

jejíž integrací stanovíme závislost rychlosti a polohy na čase. Protože lze z dynamických úvah velmi často stanovit průběh sil, které ovlivňují pohyb, má rovnice (2.2.14) ve fyzice stěžejní význam. Nazýváme ji **pohybová rovnice hmotného bodu**.

Pohybová rovnice je vektorová diferenciální rovnice, kterou můžeme v kartézském souřadnicovém systému rozepsat do tří diferenciálních rovnic složkových. Označíme složky síly $\boldsymbol{F}$ do směrů souřadnicových os F_x, F_y, F_z. Tyto složky jsou závislé na čase a místě a složkové rovnice mají tvar

$$F_x - m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 0\,, \quad F_y - m\,\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = 0\,, \quad F_z - m\,\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = 0\,. \qquad (2.2.15)$$

Při sestavování pohybové rovnice musíme do síly $\boldsymbol{F}$, která je výslednicí vnějších sil, zahrnout všechny vnější síly působící na hmotný bod.

Při integraci této diferenciální rovnice druhého řádu se uplatní dvě **integrační konstanty**, které vyjadřují tzv. **počáteční podmínky**, dané polohou $\boldsymbol{r}_o$ a rychlostí $\boldsymbol{v}_o$ v čase t_o. Vztahují se k inerciálnímu systému, v němž je úloha řešena a jsou vyjádřením toho, že všechna místa a všechny inerciální systémy jsou rovnoprávné a že žádnými mechanickými experimenty nelze ve vesmíru určit absolutní počátek a absolutní rychlost. Pohybová rovnice a počáteční podmínky umožní, za předpokladu znalosti sil, jednoznačně nalézt polohu tělesa kdykoliv v minulosti, přítomnosti i budoucnosti nebo naopak z časové závislosti polohy přesně určit silová působení.

Toto poznání vedlo k mechanickému chápání principu příčinnosti, vztahu příčiny a důsledku, podle nějž lze vše v minulosti i budoucnosti přesně vypočíst, známe-li síly a počáteční podmínky.

2.2.5 Tíhová síla

Velmi důležitou silou z hlediska technického je síla tíhová. Je to síla, kterou působí na hmotný bod tíhové pole. Tato síla uděluje hmotnému bodu v tíhovém poli tíhové zrychlení $\boldsymbol{g}$, takže ji podle (2.2.1) můžeme vyjádřit

$$\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}\,. \tag{2.2.16}$$

Dosazením tíhové síly do (2.2.14) dostaneme z pohybové rovnice pro volný pohyb hmotného bodu v tíhovém poli rovnici

$$\boldsymbol{g} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\,. \tag{2.2.17}$$

Na základě této rovnice jsme řešili pohyb hmotného bodu v tíhovém poli kinematicky (2.1.53)-(2.1.66).

2.3 Pohyb v otáčivé soustavě

Vyšetřme pohybovou rovnici pro pohyb hmotného bodu v soustavě $S' \equiv (O', x', y', z')$, která se vzhledem k inerciální soustavě $S \equiv (O, x, y, z)$ otáčí.

Předpokládejme pro jednoduchost, že obě soustavy mají společný počátek O a osu z, kolem níž se systém S' otáčí úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$ vzhledem k systému S (obr. 2.3.1).

Okamžitou polohu hmotného bodu v obou soustavách určíme polohovým vektorem $\boldsymbol{r}$ stejným v obou soustavách

$$\boldsymbol{r} = x\,\boldsymbol{i} + y\,\boldsymbol{j} + z\,\boldsymbol{k} = x'\,\boldsymbol{i}' + y'\,\boldsymbol{j}' + z'\,\boldsymbol{k}'\,.$$

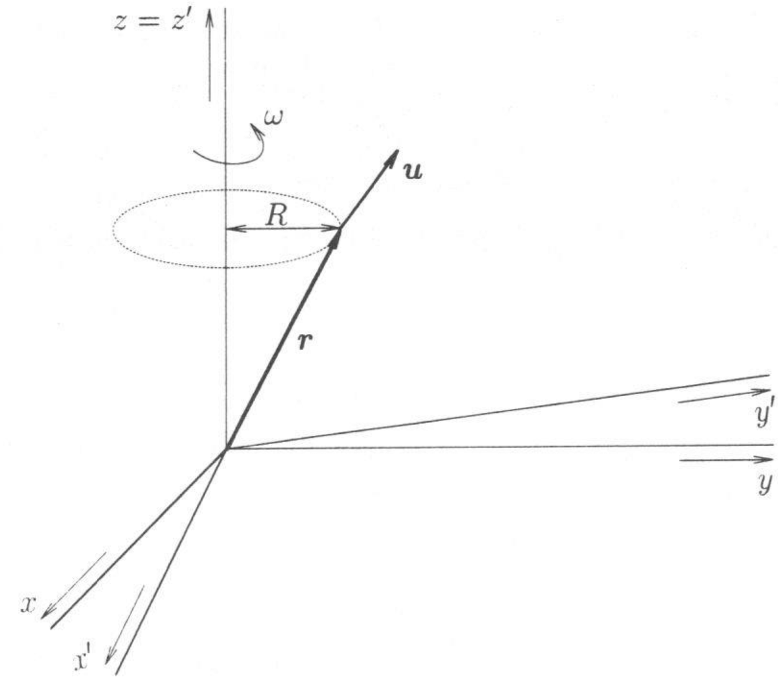
Pohybuje-li se hmotný bod v soustavě S rychlostí $\boldsymbol{v}$, je jeho rychlost $\boldsymbol{v}'$ v soustavě $\boldsymbol{S}'$

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}\,. \tag{2.3.1}$$

kde $\boldsymbol{u}$ je unášivá rychlost, jakou se jednotlivé body spojené s S' pohybují vzhledem k soustavě S. Podle (2.1.45) je tato rychlost

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}\,.$$

Vzhledem k tomu, že vektor rychlosti hmotného bodu je určen derivací průvodiče $\boldsymbol{r}$ podle času, můžeme rovnici (2.3.1) napsat ve tvaru



Obrázek 2.3.1

$$\frac{\mathrm{d}'\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}\,. \tag{2.3.2}$$

kde symbol $\mathrm{d}'/\mathrm{d}t$ vyjadřuje derivaci vyjádřenou veličinami v systému S' a symbol $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ vyjadřuje derivaci vyjádřenou veličinami v systému S:

$$\frac{\mathrm{d}'\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x'\,\boldsymbol{i}' + y'\,\boldsymbol{j}' + z'\,\boldsymbol{k}')\,.$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\,\boldsymbol{i} + y\,\boldsymbol{j} + z\,\boldsymbol{k})\,.$$

Analogický transformační vztah platí pro časovou derivaci jakéhokoliv vektoru $\boldsymbol{A}$

$$\frac{\mathrm{d}'\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{A}\,. \tag{2.3.3}$$

Zrychlení $\boldsymbol{a}'$ v systému S' je určeno derivací rychlosti $\boldsymbol{v}'$ podle času $\mathrm{d}'/\mathrm{d}t$. Pro transformaci vektrou $\boldsymbol{a}'$ je možné použít předpisu (2.3.3) a provést úpravy

$$\boldsymbol{a}' = \frac{\mathrm{d}'\boldsymbol{v}'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}'}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\boldsymbol{v} - (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})\right] - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' =$$

$$= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\omega} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' =$$

$$= \boldsymbol{a} - \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r} - 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})\,.$$

Pro sílu $\boldsymbol{F}'$, která působí na hmotný bod hmotnosti m v otáčivé soustavě, dostaneme úpravou poslední rovnice

$$\boldsymbol{F}' = m\boldsymbol{a}' = m\,\boldsymbol{a} - m\,\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r} - 2\,m\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' - m\,\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})\,. \tag{2.3.4}$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že ke skutečné síle $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, kterou na hmotný bod působí jiná reálná tělesa, přistupují v otáčivé soustavě další tři zdánlivé síly.

První z těchto sil

$$\boldsymbol{F}^* = -m\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r} \tag{2.3.5}$$

je zdánlivá setrvačná síla vyvolaná zrychleným otáčivým pohybem soustavy S' . Vymizí v případě, že $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{konst.}$.

Další zdánlivá síla

$$\boldsymbol{F}_c^* = -2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' \tag{2.3.6}$$

se nazývá **Coriolisova síla**. Uplatňuje se v případě, že se hmotný bod pohybuje v soustavě S' rychlostí $\boldsymbol{v}'$ jiného směru, než je směr osy rotace.

Poslední zdánlivá síla

$$\boldsymbol{F}_o^* = -m\,\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) \tag{2.3.7}$$

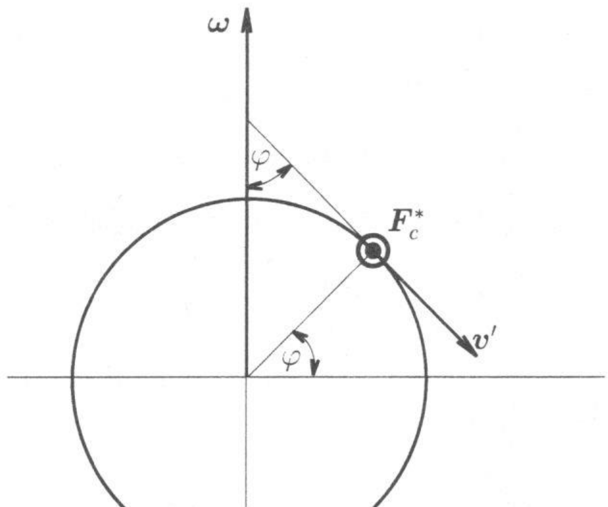
má směr mířící radiálně od osy rotace. Unášivá rychlost $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$ má podle obr. 2.3.1 velikost $u = \omega\, r$. Potom je

$$F_o^* = m\,\omega^2\,R = m\,\frac{v^2}{R}\,.$$

Je zřejmé, že $\boldsymbol{F}_o^*$ je silou odstředivou.

Příklad: Coriolisova síla na povrchu Země:

Pohybuje-li se např. na severní polokouli těleso přímočaře ve směru poledníku, má Corio-



Obrázek 2.3.2

lisova síla snahu stáčet jeho trajektorii doprava (na jižní polokouli doleva). Na železničních tratích s jednosměrným provozem je proto na severní polokouli pozorovatelné větší opotřebování pravé koleje, na jižní polokouli levé koleje. Pohybuje-li se např. vlak o hmotnosti $5\,.\,10^5$ *kg po poledníku od severu k jihu rychlostí* 72 *km* h^{-1}, *má Coriolisova síla* (obr. 2.3.2) *velikost*

$$F_c^* = 2\,m\,v'\,\omega\,\sin(2\pi - \varphi) = 2\,m\,v'\,\omega\,\sin\varphi =$$

$$= 2\,m\,v'\,\frac{2\pi}{T}\,\sin\varphi = 1450\,\sin\varphi\ \mathrm{N}\,,$$

kde φ značí zeměpisnou šířku. Je tedy na rovníku (tj. $\varphi = 0$) Coriolisova síla $F_c^* = 0$ a na pólu (tj. $\varphi = 90^o$) je maximální, tj. $F_c^* = 1450$ N.

Coriolisova síla má vliv na podemílání jednoho z břehů řek, směr rotace cyklon a anticyklon, směr víru ve výlevce, existenci magnetického pole Země a pod.

Pozor!

V dalších částech skripta budeme pohyb hmotných bodů, těles a kontinua vztahovat k soustavám

I N E R C I Á L N Í M !

2.4 Práce a energie

2.4.1 Práce síly, energie

Působí-li na hmotný bod síla $\boldsymbol{F}$, je elementární práce dA této síly po elementární trajektorii d$\boldsymbol{r}$ definována vztahem

$$\mathrm{d}A = \boldsymbol{F} \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \tag{2.4.1}$$

Práce A, kterou vykoná síla $\boldsymbol{F}$ po trajektorii mezi body K a L (obr. 2.4.1), je dráhovým integrálem síly po trajektorii $\mathcal{C}_{KL}$

$$A = \int_{\mathcal{C}_{KL}} \boldsymbol{F} \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{\mathcal{C}_{KL}} F\,\cos\alpha\,\mathrm{d}s\,. \tag{2.4.2}$$

Práce je skalár.

Jednotkou je $[A] = \mathrm{N\ m} = \mathrm{kg\ m^2\ s^{-2}} = \mathrm{J}$ (joule).

Jelikož $F\,\cos\alpha = F_\tau$, je práce síly $\boldsymbol{F}$ rovna práci tečné složky síly

$$A = \int_{\mathcal{C}_{KL}} \boldsymbol{F}_\tau \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{\mathcal{C}_{KL}} F_\tau\,\mathrm{d}s\,. \tag{2.4.3}$$

Práce normálové složky $\boldsymbol{F}_n$ je nulová

$$A = \int_{\mathcal{C}_{KL}} \boldsymbol{F}_n \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0\,.$$

neboť vektory $\boldsymbol{F}_n$ a d$\boldsymbol{r}$ jsou vzájemně kolmé.

Nyní můžeme zavést novou veličinu, označíme ji W, která charakterizuje stav soustavy tím, že její úbytek se projeví prací A vykonanou vnitřními silami soustavy a její přírůstek je způsoben prací vnějších sil A', působících na soustavu. Platí tedy

$$-\Delta W = A\,, \quad \Delta W = A'\,, \quad A' = -A\,.$$

Veličina W se nazývá **mechanická energie**.